

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Die Lummer-Gehrcke-Platte . . . . .	2
2.2	Der Zeeman-Effekt . . . . .	4
2.2.1	Klassische Beschreibung des normalen Zeeman-Effekts . . . . .	4
2.2.2	Semiklassische Beschreibung des normalen Zeeman-Effekts . . . . .	5
2.2.3	Der anomale Zeeman-Effekt . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Versuch und Auswertung</b>	<b>8</b>
3.1	Versuchsaufbau . . . . .	8
3.2	Messungen . . . . .	10
3.3	Diskussion des Fehlers . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Fragen</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Verzeichnisse</b>	<b>12</b>
5.1	Literaturverzeichnis . . . . .	12

## Anhang A: Messprotokoll aus dem Praktikum

# 1 Einleitung

Die experimentelle Bestimmung von Naturkonstanten ist schon immer ein fester Bestandteil der Forschung. Hierfür werden experimentelle Anordnungen gesucht mit denen die Naturkonstanten möglichst direkt gemessen bzw errechnet werden können. Die spezifische Elementarladung des Elektrons ist eine dieser Naturkonstanten. Neben diversen Möglichkeiten zur Bestimmung dieser Größe, wie zum Beispiel der Ablenkung von Elektronenstrahlen im magnetischen Feld, liefert die Aufspaltung von Spektrallinien von Atomen im Magnetfeld eine Möglichkeit hierzu.

In diesem Versuch soll diese als Zeeman-Effekts bezeichnete Aufspaltung von Spektrallinien im magnetischen Feldern zur Bestimmung der spezifischen Elementarladung genutzt werden.

## 2 Physikalische Grundlagen

Im Folgenden sollen die zur Beschreibung des Versuchs wichtigen physikalischen Grundlagen genannt und erläutert werden. Als erstes soll hier die zur spektralen Untersuchung genutzte Lummer-Gehrcke-Platte genauer betrachtet werden. Es folgt die Erklärung der Verschiebung von Energieniveaus im magnetischen Feld und die Betrachtung der daraus folgenden Aufspaltung des Emissionsspektrums.

### 2.1 Die Lummer-Gehrcke-Platte

Die Lummer-Gehrcke-Platte dient als Spektrometer mit einem großen spektralen Auflösungsvermögen. Im Versuch sollen möglichst kleine Wellenlängenverschiebungen wahrgenommen werden, die mit einem Prismen- oder Gitterspektrometer nicht mehr dargestellt werden können. Von physikalischen Standpunkt lässt sich die Lummer-Gehrcke-Platte aufgrund der Vielfachinterferenz als ein „Interferenzfilter“ bezeichnen.

Die Lummer-Gehrcke-Platte besteht aus einer planparallelen Quarzplatte. An einem Ende der Platte ist ein Prisma angebracht. Dieses dient zum „Einkoppeln“ des zu untersuchenden Lichts in die Platte. Durch mehrere Reflexionen im Inneren der Platte in einem Winkel nahe des Grenzwinkels der Totalreflexion wird bei jeder Reflektion ein energetisch kleiner Teil der Lichtwelle gebrochen, es entstehen auf beiden Seiten parallele Strahlen mit einer definierten Phasendifferenz. Diese werden nun durch eine Linse kollimiert und zur Interferenz gebracht.

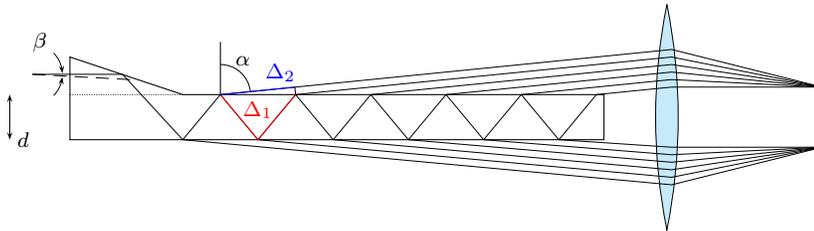


Abbildung 1: Strahlenverlauf in der Lummer-Gehrcke-Platte.

Der schematische Strahlenverlauf in der Lummer-Gehrcke-Platte ist in Abbildung (1) dargestellt. Hierbei ist der Strahlenverlauf der zur Interferenz einer „Beugungsordnung“ führt dargestellt. Andere Beugungsordnungen entstehen durch die Einstrahlung in die Platte unter einem anderen Winkel  $\beta$ . Nun stellt sich die Frage welcher Zusammenhang zwischen Winkelaufspaltung und Wellenlängendifferenz sich ergibt.

Der optische Gangunterschied  $\Delta$  zweier benachbarter auf einer Seite der Platte austretender Strahlen ist durch die Gangunterschiede  $\Delta_1$  und  $\Delta_2$  als

$$\Delta = n \cdot \Delta_1 - \Delta_2$$

gegeben. Aus geometrischen Überlegungen folgt für

$$\Delta_1 = \frac{2d}{\cos \alpha'}$$

und für

$$\Delta_2 = 2d \sin(\alpha) \tan(\alpha')$$

wobei  $\alpha'$  den nicht eingezeichneten Reflektionswinkel im inneren und  $d$  die Dicke der Platte bezeichnet. Mit dem Brechungsgesetz  $n \sin(\alpha') = \sin(\alpha)$  folgt nun für den optischen Gangunterschied

$$\Delta = 2d \left( n - \frac{\sin^2(\alpha)}{n} \right) \frac{1}{\cos(\alpha')}$$

Aus dem Brechungsgesetz folgt auch, dass

$$\frac{1}{\cos(\alpha')} = \frac{n}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}}$$

Eingesetzt liefert dies den Gangunterschied zwischen benachbarten Strahlen, die für das Auftreten von positiver Interferenz ein vielfaches der Wellenlänge betragen müssen.

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} \stackrel{!}{=} k \cdot \lambda \quad (1)$$

Aus dieser Beziehung kann nun die Winkelaufspaltung  $\Delta\alpha$  benachbarter Beugungsordnungen berechnet werden. Hierzu betrachtet man die Taylorentwicklung für kleine Winkel  $\Delta\alpha$ :

$$(k+1) \cdot \lambda = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha + \Delta\alpha)} \doteq 2d \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} - 2d \frac{\sin(\alpha) \cos(\alpha)}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} \Delta\alpha$$

Durch Subtraktion dieser Gleichung und Gleichung (1) folgt nun

$$\frac{\sin(\alpha) \cos(\alpha)}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} = - \frac{2d \Delta\alpha}{\lambda} \quad (2)$$

Eine minimale Veränderung der Wellenlänge von  $\delta\lambda$  kann durch die Gleichung

$$\delta\lambda = \frac{\partial\lambda}{\partial\alpha} \delta\alpha + \frac{\partial\lambda}{\partial n} \delta n$$

wobei  $\delta\alpha$  für eine Veränderung des Beugungswinkels und  $\delta n$  für die Veränderung des Brechungsindex der Platte steht. Führt man die partiellen Ableitungen aus, so ergibt sich

$$\delta\lambda = \frac{2d}{k} \left( -\frac{\sin(\alpha) \cos(\alpha)}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} \delta\alpha + \frac{n}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} \delta n \right)$$

Die Veränderung des Brechungsindex ergibt sich aus

$$\delta n = \frac{\partial \lambda}{\partial n} \delta \lambda$$

Mit Gleichung (1) umgestellt nach der Ordnungszahl  $k$  und eingesetzt ergibt sich nun der Zusammenhang

$$\delta\lambda \left( 1 - \frac{n\lambda}{n^2 - \sin^2(\alpha)} \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right) = -\frac{\lambda}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} \frac{\sin(\alpha) \cos(\alpha)}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} \delta\alpha$$

Die Näherung des Ausdrucks der linken Seite durch  $\delta\lambda$  kann durch die Annahme kleiner Wellenlängen und einer geringen Dispersion begründet werden. Auf der rechten Seite der Gleichung wird der Zusammenhang aus (2) zur Vereinfachung genutzt. So folgt:

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} \frac{\delta\alpha}{\Delta\alpha}$$

Betrachtet man nur achsennahe Interferenzen, so ist eine Substitution des Winkels  $\alpha = \pi/2 - \tau$  hilfreich zur weiteren Vereinfachung. Hierbei kann der entstehende Kosinusterm durch 1 genähert werden. Das Verhältnis von Winkelaufspaltung  $\delta\tau$  durch die Wellenlängenveränderung  $\delta\lambda$  und der Winkelaufspaltung zwischen benachbarten Maxima  $\Delta\tau$  wird dadurch nicht verändert. Es gilt

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d\sqrt{n^2 - 1}} \frac{\delta\tau}{\Delta\tau} \quad (3)$$

Problematisch bei der spektralen Zerlegung mit der Lummer-Gehrke-Platte ist das geringe Dispersiongebiet. Um eine Überschneidung einer aufgespalteten Spektrallinie mit einem Maximum einer anderen Beugungsordnung zu verhindern darf das Aufspaltungsverhältnis  $\delta\tau/\Delta\tau$  den Wert 1/2 nicht überschreiten. Dies begrenzt bei der im Versuch untersuchten Linie mit  $\lambda = 643.8nm$  die Wellenlängenaufspaltung auf  $\delta\lambda \approx 0.0242nm$ . Um störende Linien mit anderen Wellenlängen zu vermeiden muss deshalb in der Regel ein Vorfilter genutzt werden.

## 2.2 Der Zeeman-Effekt

Die Beschreibung des Zeeman-Effekts ist auf verschiedene Arten möglich. Hierbei muss zwischen dem normalen und dem anomalen Zeeman-Effekt unterschieden werden. Mögliche Deutungen beider Fälle werden im Folgenden beschrieben.

### 2.2.1 Klassische Beschreibung des normalen Zeeman-Effekts

Hendrick Antoon Lorentz entwickelte Anfang des 20. Jahrhunderts eine physikalische Deutung des Zeeman-Effekts, welche auf der klassischen Elektronentheorie beruht. Dieser

Theorie nach führt das Elektron im Atom dreidimensionale Oszillatorschwingungen aus. Die Schwingungen entlang der  $z$ -Achse entsprechen hierbei einer harmonischen Schwingung und senkrecht dazu einer Kreisbewegung mit der Kreisfrequenz  $\omega_0$  in der  $xy$ -Ebene. Befindet sich das Elektron im Abstand  $r$  von Atomkern, so wirkt in der  $xy$ -Ebene die Zentrifugalkraft

$$F_Z = m_e \omega_0^2 r$$

Aufgrund eines magnetischen Feldes  $\underline{B} = B \underline{e}_z$  entlang der  $z$ -Achse wirkt in der  $xy$ -Ebene zusätzlich die Lorentzkraft:

$$F_L = \pm e v B = \pm e \omega r B$$

hierbei entspricht  $\omega$  nicht der Kreisfrequenz  $\omega_0$  ohne das magnetische Feld. Das Vorzeichen ist von der Bewegungsrichtung des Elektrons abhängig. Die Änderung der Zentripetalkraft entspricht der Lorentzkraft:

$$\Delta F_Z = m_e \omega_0^2 r - m_e \omega r = \pm e \omega r B$$

Führt man nun die Kreisfrequenzänderung  $\Delta\omega := \omega_0 - \omega$  ein, so gilt:

$$\pm \frac{e}{m_e} B = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega} = \frac{\Delta\omega^2 + 2\omega\Delta\omega}{\omega}$$

Ist  $\Delta\omega \ll \omega$  so kann der erste Term des Nenners vernachlässigt werden und es ergibt sich:

$$\Delta\omega = \pm \frac{1}{2} \frac{e}{m_e} B \quad (4)$$

$\Delta\omega$  entspricht der Kreisfrequenzveränderung der Bewegung der Elektronen in der  $xy$ -Ebene. Werden mehrere Atome betrachtet, so treten beide Frequenzverschiebungen auf. Die Aufspaltung einer Spektrallinie in drei Komponenten wird als normaler Zeeman-Effekt bezeichnet. Wir müssen nun zwei Fälle der Beobachtungsrichtung unterscheiden.

**Transversaler Zeeman-Effekt** Beim transversalen Zeeman-Effekt werden die Atome in der  $xy$ -Ebene betrachtet. Zu sehen sind hierbei die von dem in der  $z$ -Richtung oszillierenden Elektron emittierten linear polarisierten Wellen. Diese emittierte Strahlung wird als  $\pi$ -Komponente bezeichnet. Zusätzlich sind zwei in der  $xy$ -Ebene linear polarisierten und um die Kreisfrequenz  $\pm\Delta\omega$  verschobene Strahlungen wahrzunehmen. Diese werden als  $\sigma_+$  bzw.  $\sigma_-$  Komponenten bezeichnet.

**Longitudinaler Zeeman-Effekt** Bei der Beobachtung parallel zum magnetischen Feld ist die  $\pi$ -Komponente der emittierten Strahlung aufgrund der Abstrahlcharakteristik eines Hertzschen Dipols nicht mehr nachzuweisen. Die beiden  $\sigma$ -Komponenten hier immer noch wahrnehmbar und weisen hier eine zirkuläre Polarisation aufgrund der Bewegung in der  $xy$ -Ebene auf.

### 2.2.2 Semiklassische Beschreibung des normalen Zeeman-Effekts

Bei semiklassischer Beschreibung des Zeeman-Effekt wird ein Elektron, das sich auf einer Kreisbahn um den Atomkern bewegt, dessen Bahndrehimpuls aber gequantelt ist  $|L| = \sqrt{l(l-1)}\hbar$ . Das sich bewegende Elektron stellt einen Kreisstrom der Stärke

$$I = -e \frac{v}{2\pi r}$$

dar und hat deshalb ein magnetisches Moment. Dieses kann durch

$$\underline{p}_m = I \underline{A} = -e \frac{v}{2} \underline{n}$$

berechnet werden, wobei  $\underline{n}$  dem Flächennormalenvektor zu  $\underline{A}$  der Kreisbewegung entspricht. Der Bahndrehimpuls ergibt sich hier als

$$\underline{l} = \underline{r} \times \underline{p} = m_e r v \underline{n}$$

Der Vergleich der Formeln liefert nun das magnetische Moment des Elektrons aufgrund des Bahndrehimpulses.

$$\underline{p}_m = -\frac{e}{2m_e} \underline{l}$$

Im äußeren Magnetfeld  $\underline{B}$  stellt ein magnetisches Moment eine zusätzliche potentielle Energie dar. Diese ergibt sich für den Fall, dass das magnetische Feld in  $z$ -Richtung orientiert sei, aus der Magnetbandquantenzahl  $m$ , mit der sich der Wert der  $z$ -Komponente des Drehimpulses durch  $l_z = m\hbar$  ausdrücken lässt. Für die Verschiebung der Energieniveaus im Atom gilt

$$\Delta E_m = -\underline{p}_m \cdot \underline{B} = \frac{e}{2m_e} \underline{l} \cdot \underline{B} = \frac{e\hbar}{2m_e} m B$$

Für die Emission von elektromagnetischen Wellen müssen die Auswahlregeln für die Emission von elektromagnetischen Wellen betrachtet werden. Es sind nur Übergänge mit  $\Delta m = 0, \pm 1$  möglich. Die Frequenz der emittierten Strahlung ergibt sich aus der Energiedifferenz der Übergänge  $\Delta E$  durch

$$\Delta E = h\Delta\nu \quad (5)$$

Ist bei einem Übergang  $\Delta m = 0$  so ergibt sich für den Übergang die Frequenz  $\nu_0$ , die auch ohne magnetisches Feld emittiert würde. Hier wird ein Photon mit  $\pi$ -Polarisation emittiert. Dieses ist nur bei senkrechter Betrachtung wahrzunehmen. Für  $\Delta m = \pm 1$  weist das Photon eine  $\sigma_{\pm}$ -Polarisation in der  $xy$ -Ebene, also senkrecht zum magnetischen Feld auf. Bei vertikaler Beobachtung sind so zwei Strahlungen mit der Frequenz  $\nu_0 \pm \Delta\nu$  zu beobachten. Bei paralleler Beobachtung zum magnetischen Feld sind die  $\sigma$ -Komponenten zirkular polarisiert. Die Frequenzverschiebung der emittierten  $\sigma$ -Komponenten ergibt sich:

$$\Delta\nu = -\frac{e\hbar}{2m_e h} B = \frac{1}{4\pi} \frac{e}{m_e} B \quad (6)$$

### 2.2.3 Der anomale Zeeman-Effekt

Der normale Zeeman-Effekt berücksichtigt eine zusätzliche Eigenschaft von Elektronen nicht, den Elektronenspin. Der Elektronenspin folgt aus der relativistischen Betrachtung des Elektrons im Atom.

Eine Konsequenz des Elektronenspins ist die Spin-Bahn-Kopplung. Der Spin- und Bahndrehimpuls ( $\underline{s}$  und  $\underline{l}$ ), sowie dem Gesamtdrehimpuls  $\underline{j}$  im Atom koppeln. Sind mehrere Elektronen im Atom vorhanden, so ist die Kernladungszahl für die Art der Kopplung entscheidend. Für kleine Kernladungszahlen koppeln die Summe aus den Drehimpulsen und Spinmomenten der einzelnen Elektronen zu einem Gesamt-Spin und Drehimpuls. Aus diesen ergibt sich das Gesamtdrehmoment des Atoms. Hierbei spricht man von einer  $LS$ -Kopplung. Im Falle großer Kernladungszahlen koppeln die Gesamtdrehimpulse der

einzelnen Elektronen zu einem Gesamtdrehimpuls aller Elektronen im Atom. Hier spricht man von der  $jj$ -Kopplung. Bei Atomen mit gefüllten Schalen ergibt sich demnach trotz des Elektronenspins der normale Zeeman-Effekt.

Analog zu den magnetischen Bahnmoment  $\underline{\mu}_l$ , welches sich aus dem Bahndrehimpuls ergibt, führt die Betrachtung eines Elektronenspins  $\underline{s}$  als Spin des Elektrons zu einem magnetischen Spinnmoment:

$$\underline{\mu}_s = g_s \frac{e}{2m_e} \underline{s}$$

Der Faktor  $g_s$  entsteht bei der relativistischen Berechnung des Elektrons und hat den Wert  $g_s = 2$ . Elektronenspin und Drehimpuls aller Elektronen sind im Atom zu einem Gesamtdrehimpuls  $\underline{j} = \underline{s} + \underline{l}$  gekoppelt. Das magnetische Bahnmoment und das magnetische Spinnmoment koppeln zu einem gesamten magnetischen Moment  $\mu_j$ . Dieses ergibt sich durch

$$\mu_j = \underline{\mu}_s + \underline{\mu}_l = -\frac{e}{2m} (g_s \underline{s} + \underline{l})$$

Ohne äußeres Magnetfeld ist der Gesamtdrehimpuls eine Erhaltungsgröße in Betrag und Richtung. Da nun  $\underline{s}$  im durch den Bahndrehimpuls erzeugten magnetischen Moments präzediert, folgt eine Präzession von  $\underline{\mu}_j$  um  $\underline{j}$ . Der betragsmäßige Erwartungswert des magnetischen Moments ergibt sich nun als Projektion von  $\underline{\mu}_j$  auf  $\underline{j}$ .

$$\langle \mu_j \rangle = \frac{\underline{\mu}_j \cdot \underline{j}}{|\underline{j}|} = -\frac{e}{2m} \left( g_s \frac{\underline{s} \cdot \underline{j}}{|\underline{j}|} + \frac{\underline{l} \cdot \underline{j}}{|\underline{j}|} \right)$$

Mit den Rechenregeln

$$\underline{s} \cdot \underline{j} = \frac{1}{2} [\underline{j}^2 + \underline{l}^2 - \underline{s}^2] = \frac{1}{2} [j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)] \hbar^2$$

und

$$\underline{l} \cdot \underline{j} = \frac{1}{2} [\underline{j}^2 + \underline{l}^2 - \underline{s}^2] = \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)] \hbar^2$$

folgt nun

$$\langle \mu_j \rangle = \frac{e}{2m_e} \frac{3j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2\sqrt{j(j+1)}} \hbar$$

Als Analogie zum Bahndrehimpuls fordert man, dass sich das gesamte magnetische Moment aus dem Gesamtdrehmoment multipliziert mit einem Faktor, dem Landé-Faktor  $g_j$ , ergeben soll:

$$\langle \mu_j \rangle = \frac{e}{2m_e} g_j |j|$$

Durch den Vergleich der Gleichungen lässt sich der Landé-Faktor bestimmen:

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad (7)$$

Im Äußeren magnetischen Feld gibt es eine demnach eine Aufspaltung von Energieniveaus, die von der Magnetquantenzahl  $m_j$  abgängig ist. Die Energieverschiebung ergibt sich zu:

$$\Delta E_{m_j} = \frac{e}{2m_e} m_j g_j B$$

Die Aufspaltung der Spektrallinien ist Aufgrund des anormalen Zeeman-Effekts nicht mehr durch drei Komponenten gegeben, sondern enthält mehrere Komponenten. Exemplarisch sind die möglichen  $D_1$  und  $D_2$  in Alkaliatomen in Abbildung (2) dargestellt. Die zugehörigen Landé-Faktoren ergeben sich aus der Konfiguration der Zustände der Valenzelektronen. Hierbei ist

$$g_j(^2S_{1/2}) = 2 \quad g_j(^2P_{1/2}) = 2/3 \quad g_j(^2P_{3/2}) = 4/3$$

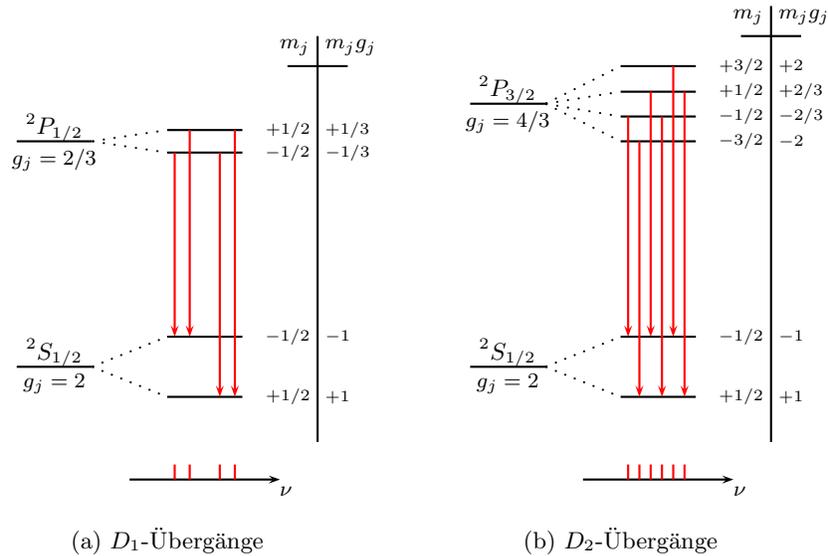


Abbildung 2: Übergänge des anormalen Zeeman-Effekts für Alkali-Atome mit einem Valenzelektron.

Für große magnetische Felder findet man auch bei Atomen mit endlichem Elektronenspin eine Spektralaufspaltung, die dem des normalen Zeeman-Effekts entsprechen. Dies ist mit der Entkopplung des Elektronenspins und des Bahndrehimpulses aufgrund der großen potentiellen Energie der magnetischen Momente im magnetischen Felde zu erklären. Im Vektormodell präzisieren dann das magnetische Spinmoment und das magnetische Bahnmoment um die Achse des magnetischen Feldes. Die Entkopplung von Spin- und Bahndrehmoment ist unter dem Namen Paschen-Back-Effekt bekannt.

### 3 Versuch und Auswertung

Nachdem physikalischen Hintergründe erläutert wurden, soll hier auf die experimentelle Durchführung und die Ergebnisse eingegangen werden.

#### 3.1 Versuchsaufbau

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der spezifischen Elementarladung aus der Zeeman-Aufspaltung von Spektrallinien. Um eine komplizierte Aufspaltung des Spektrums aufgrund des anormalen Zeeman-Effekts zu vermeiden ist es hier zweckmäßig das Spektrum

von Atomen mit dem Gesamtelektronenspin  $S = 0$  zu untersuchen, da diese im magnetischen Feld den normalen Zeeman-Effekt aufweisen. Aufgrund der Auswahlregeln für Übergänge gilt für beliebige Übergänge  $\Delta S = 0$ , so dass auch im angeregten Zustand der Gesamtspin zu  $S = 0$  ergeben muss. Die Multiplizität gibt an in wieviele Richtungen sich der Gesamtspin bezüglich der ausgezeichneten  $z$ -Achse einstellen kann. Ist  $S = 0$  so liegt das System im Singulett-Zustand vor, der Spin ist auf eine Richtung festgelegt und bewirkt keine weitere Aufspaltung. Aus diesem Grund bieten sich die Übergangsmetalle wie Quecksilber, Zink und Cadmium als mögliche Wahl der zu untersuchenden Spektren an. Aufgrund der hohen Kernladungszahl überwiegt bei Quecksilber die  $jj$ -Kopplung, so dass bei Quecksilber eine kompliziertere Aufspaltung und damit einer Aufweitung der entstehenden Linien zu erwarten ist. Das Cadmium-Atom bietet aufgrund der kleineren Kernladungszahl die Möglichkeit relativ scharf definierte Linien von Singulettübergängen zu untersuchen.

Untersucht wird also die spektrale Aufspaltung des Cadmiumspektrums im Magnetfeld. Speziell wird für den Versuch die rote Spektrallinie, die durch den Übergang  $5^1D_2 \rightarrow 5^1P_1$  emittiert wird. Aufgrund von  $\Delta S = 0$  ist für diesen Übergang  $J = L$ , so dass hier für die Aufspaltung im Magnetfeld der normale Zeeman-Effekt zu erwarten ist.

Wie bereits gesehen treten beim normalen Zeeman-Effekt die Aufspaltung der Linie in entweder drei (bei transversaler Betrachtung) oder zwei (bei longitudinaler Betrachtung) Komponenten auf. Da die Energieverschiebung durch den Zeemann-Effekt relativ gering ist, bietet sich zur Untersuchung des Spektrums die Lummer-Gehrcke-Platte an. Ein Rotfilter sorgt für die Auswahl der entsprechenden Linien, so dass keine störenden Linien der anderen Übergänge zu erkennen sind.

Die Anregung der Cadmium-Atome wird durch die Gasentladung in einer Cadmium-Dampf-Lampe realisiert. Diese ist zwischen die Polschuhe eines starken Elektromagneten eingelassen, der die nötige magnetischen Feldstärke zur Aufspaltung der roten Spektrallinie erzeugen kann. Wir benötigen noch die Beziehung zwischen Wellenlängenänderung und Frequenzverschiebung. Diese ergibt sich durch

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \text{ und } d\nu = -\frac{c}{\lambda^2}d\lambda \quad \Rightarrow \quad \Delta\nu = -\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda$$

Mit Formel (6) für die Frequenzaufspaltung aufgrund des normalen Zeeman-Effekts folgt nun die Aufspaltung der Wellenlänge:

$$-\frac{1}{4\pi} \frac{e}{m_e} B = \Delta\nu = -\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda \quad \Rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{4\pi c} \frac{e}{m_e} B$$

Eine Wellenlängenverschiebung bewirkt eine Winkelaufspaltung durch die Lummer-Gehrcke-Platte. Durch Gleichsetzen der erhaltenen Wellenlängenverschiebung durch den Zeeman-Effekt und Gleichung (3) erhalten wir:

$$\frac{\lambda^2}{4\pi c} \frac{e}{m_e} B = \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d\sqrt{n^2 - 1}} \frac{\delta\tau}{\Delta\tau}$$

Hieraus können wir direkt die spezifische Elementarladung berechnen

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2\pi c}{Bd\sqrt{n^2 - 1}} \frac{\delta\tau}{\Delta\tau} \quad (8)$$

Zur Bestimmung der spezifischen Elementarladung muss neben den Daten der Lummer-Gehrcke-Platte nur die Winkelaufspaltung und die dazu nötige Feldstärke  $B$  bekannt sein.

### 3.2 Messungen

Zur Bestimmung der spezifischen Elementarladung muss der Quotient  $\delta\tau/\Delta\tau$  und die dazu nötige magnetische Feldstärke gemessen werden. Hierzu wird die Feldstärke des Elektromagneten solange verändert, bis eine äquidistante Linienverteilung der sichtbaren Linien zu sehen ist. Für die transversale und die longitudinale Betrachtung ergeben sich dann unterschiedliche Werte für den Quotienten aus geometrischen Überlegungen. Es gilt:

$$\left(\frac{\delta\tau}{\Delta\tau}\right)_{tran.} = \frac{1}{3} \quad \left(\frac{\delta\tau}{\Delta\tau}\right)_{long.} = \frac{1}{4}$$

Die Daten der verwendeten Lummer-Gehrcke-Platte sind als Literaturwerte angegeben:

$$d = 4.04mm \quad n = 1.4567$$

Für die beiden Beobachtungsrichtungen wurde nun jeweils 10 mal die magnetische Feldstärke bestimmt, bei der eine äquidistante Linienverteilung zu erkennen war. Die magnetische Feldstärke wurde mit einer Hall-Sonde bestimmt. Die gemessenen Feldstärken sind dem Versuchsprotokoll im Anhang zu entnehmen. Aus den gemessenen Werten wird nun der Mittelwert der magnetischen Feldstärke berechnet. Als Fehler der Messung wird die Varianz der Mittelwertbildung betrachtet. Für die transversale Beobachtung ergibt sich eine gemittelte Feldstärke von

$$\overline{B}_{trans} = 0.90(4)T$$

die zu einer äquidistanten Linienverteilung führen. Als Mittelwert der Magnetfeldstärken zu den longitudinalen Messungen ergibt sich

$$\overline{B}_{long} = 0.70(3)T$$

Aus beiden Messungen wird nun die spezifische Elementarladung nach der oben genannten Formel bestimmt. Für die beiden Messreihen ergeben sich

$$\left(\frac{e}{m_e}\right)_{trans} = 1.63(7) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad \left(\frac{e}{m_e}\right)_{trans} = 1.56(6) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Kombiniert man die Messwerte beider Messreihen so ergibt sich die spezifische Elementarladung als:

$$\frac{e}{m_e} = 1.60(7) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (9)$$

Der Literaturwert der spezifischen Elementarladung liegt bei:

$$\left(\frac{e}{m_e}\right)_{lit} = 1.759 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Die Messung lieferte demnach einen erstaunlich exakten Wert für die spezifische Elementarladung mit einer relativen Abweichung zum Literaturwert von etwa 9%. Allerdings liegt der Literaturwert nicht mehr im doppelten Vertrauensintervall unserer Messung.

### 3.3 Diskussion des Fehlers

Die Messung der spezifischen Elementarladung lieferte einen relativ kleinen Fehler von 4% des gemessenen Wertes, aber eine Abweichung von 9% zum Literaturwert. Dies lässt die Vermutung zu, dass während des Versuchs ein systematischer Fehler, der bei jeder Messung in gleicher Weise beiträgt vorliegt. Die Theorie der Zeeman-Effekte konnte allerdings bestätigt werden.

Problematisch bei der Messung ist die Einstellung einer äquidistanten Linienverteilung, die nur schwer einzuschätzen war. Ein Fehler hierbei wirkt sich allerdings bei jeder einzelnen Messung statistisch aus und trägt somit zum Fehler des Messwertes bei. Wenn bei jedem der Messungen eine ähnliche Aufspaltung der Spektrallinien eingestellt wurde, diese aber nicht einer äquidistanten Verteilung entspricht, so kann es hier auch zu einem systematischen Fehler kommen, da der Quotient  $\delta\tau/\Delta\tau$  nicht mehr den angenommenen Wert entspricht.

Eine weitere Fehlerquelle ist durch die Messung des magnetischen Feldes mit der Hall-Sonde gegeben. Die Abweichung der Hall-Sonde ist nicht bekannt und kann durchaus zum systematischen Fehler der Messung beitragen. Eine weitere Fehlerquelle bei der Bestimmung der magnetischen Feldstärke ist durch die große Varianz der Messwerte durch die Positionierung der Sonde im magnetischen Feld zwischen den Polen des Elektromagneten gegeben. Schon eine geringe Abweichung der Position der Sonde im inhomogenen Feld zwischen den Polen liefert einen stark abweichenden Messwert. Da zur Messung der Feldstärke die Quecksilberdampfampe nicht entfernt wurde, musste auf die Messung neben der Lampe zurückgegriffen werden. Auch dies könnte zum systematischen Fehler der Messung beitragen.

## 4 Fragen

Im Folgenden sollen die Fragen der Versuchsbeschreibung beantwortet werden.

1. Versuch zum Nachweis der Richtungsquantelung  
Den klassischen Nachweis der Richtungsquantelung von Drehimpulsen stellt der Stern-Gerlach-Versuch. Hierbei wird ein neutraler „Atomstrahl“ beim Durchlaufen eines inhomogenen magnetischen Feldes aufgrund eines endlichen Spinnmoments in verschiedene Komponenten zerlegt.
2. Deutung des Zeeman-Effekts im klassischen Elektronenbild  
siehe 2.2.1
3. Landé-Faktor  
siehe 2.2.3
4. Termschema des anomalen Zeeman-Effekts  
siehe 2.2.3
5. Paschen-Back-Effekt  
siehe 2.2.3
6. Lummer-Gehrcke-Platte  
siehe 2.1

7. Welche Einschränkungen gibt es bei der Bestimmung der spez. Elementarladung durch den Zeemann-Effekt bei Quecksilberatomen.  
siehe 3.1
8. Die Diskrepanz zwischen Vektormodell und quantenmechanischer Beschreibung  
Das Vektormodell des Zeeman-Effekts liefert eine relativ genaue Beschreibung des Zeeman-Effekts. Die Ergebnisse können auch durch die quantenmechanische Betrachtung des Elektrons im Atom erfolgen. Obwohl mit dem Vektormodell sowohl der normale Zeeman-Effekt als auch der Paschen-Back-Effekt erklärt werden kann, sind Systeme außerhalb dieser Grenzfälle nicht beschreibbar. Zudem müssen beim Vektormodell die Quantisierung des Bahndrehimpulses und der Elektronenspin postuliert werden. Bei quantenmechanischer Betrachtung ergeben sich diese durch formale Rechnungen.

## 5 Verzeichnisse

### 5.1 Literaturverzeichnis

- [Dem05] W.DEMTRÖDER *Experimentalphysik 3 - Atome, Moleküle und Festkörper*  
Springer-Verlag 3.Auflage 2005
- [1] Verschiedene *Wikipedia - Die freie Enzyklopädie* <http://de.wikipedia.org>
- [2] B. Runge *Versuchsanleitung zum Zeeman-Effekt*