

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung | 2 |
| 2 | Physikalische Grundlagen | 2 |
| 2.1 | Röntgenstrahlen | 2 |
| 2.1.1 | Entstehung - Technische Erzeugung | 2 |
| 2.1.2 | Wirkungsgrad einer Röntgenröhre | 3 |
| 2.2 | Röntgenspektrum | 4 |
| 2.2.1 | Der Intensitätsbegriff | 4 |
| 2.2.2 | Kontinuierliches Spektrum | 5 |
| 2.2.3 | Charakteristisches Spektrum | 6 |
| 2.3 | Spektralanalyse bei Röntgenstrahlen | 6 |
| 2.3.1 | Bragg-Reflektion | 7 |
| 2.3.2 | Der Geiger-Müller-Zähler | 7 |
| 3 | Versuch und Auswertung | 8 |
| 3.1 | Versuchsdurchführung und Messergebnisse | 8 |
| 3.2 | Auswertung | 8 |
| 3.3 | Fehlerdiskussion | 11 |
| 4 | Fragen und Antworten | 12 |
| 5 | Verzeichnisse | 16 |
| 5.1 | Abbildungsverzeichnis | 16 |
| 5.2 | Literaturverzeichnis | 16 |

Anhang A: Messprotokoll aus dem Praktikum

1 Einleitung

Im November 1895 experimentierte Wilhelm Konrad Röntgen in Würzburg mit einer Kathodenstrahlröhre, als er während des Experiments bemerkte, dass ein Pulver auf dem Tisch zu leuchten begann. Mit weiteren Experimenten an der Kathodenstrahlröhre stellte sich heraus, dass dieses Leuchten durch eine bis dahin unbekannte Strahlung, der X-Strahlung, hervorgerufen wurde. Die von Röntgen entdeckten X-Strahlen werden heute nach ihrem Entdecker als Röntgenstrahlen bezeichnet.

Röntgenstrahlen sind aus der modernen Technik, Medizin oder Forschung nicht mehr wegzudenken. Neben der Diagnostik in der Medizin werden Röntgenstrahlen hauptsächlich zur Materialuntersuchung eingesetzt. So kann man mit Röntgenstrahlen beispielsweise die Struktur von Molekülen untersucht werden.

Dieses Experiment befasst sich mit der Entstehung und dem Nachweis sowie mit der spektralen Untersuchung von emittierten Röntgenstrahlen.

2 Physikalische Grundlagen

Im Folgenden sollen die für den Versuch wichtigen physikalischen Grundlagen vorgestellt und erläutert werden.

2.1 Röntgenstrahlen

Röntgenstrahlen sind, wie auch das sichtbare Licht oder Gammastrahlen, elektromagnetische Strahlungen. Die Energie der Röntgenstrahlen ist im Bereich zwischen des sichtbaren Lichts und den Gammastrahlen anzusiedeln. Die Wellenlängen von Röntgenstrahlen liegen im Bereich von $10^{-10}m$, sind also deutlich geringer als die mittlere Wellenlänge von Licht ($5.5 \cdot 10^{-7}m$). Der Übergang von Röntgenstrahlen zu den Gammastrahlen verläuft fließend. Bei einer elektromagnetischen Welle der Wellenlänge $\lambda = 10^{-12}m$ könnte es sich entweder um Röntgen- oder Gammastrahlung handeln. Man unterscheidet die Strahlungsarten anhand ihrer Herkunft. Röntgenstrahlen entstehen durch hochenergetische Elektronenprozesse, während Gammastrahlen bei Prozessen im Atomkern auftreten.

2.1.1 Entstehung - Technische Erzeugung

Wie bereits angedeutet entstehen Röntgenstrahlen durch Prozesse in Verbindung mit Elektronen. Hierbei können zwei unterschiedliche Prozesse zur Emission von Röntgenstrahlen führen. Einerseits führt eine hohe Beschleunigung von geladenen Teilchen zu einer Emission von Röntgenstrahlen, andererseits entsteht diese Strahlung durch hochenergetische Übergänge in der Elektronenhülle eines Atoms.

Für die technische Erzeugung von Röntgenstrahlen macht man sich beide Effekte zu Nutze. Abbildung (1) zeigt den schematischen Aufbau einer vakuumierten Röntgenröhre. Elektronen die aus einem beheizten Draht austreten werden durch eine Potentialdifferenz U zwischen der Kathode K und der Anode A beschleunigt. Die durch die Spannung V hervorgerufene Beschleunigung reicht bei weitem nicht aus, um Strahlung zu emittieren. Allerdings werden die Elektronen an der Kathode (auch Target) schlagartig abgebremst. Diese (negative) Beschleunigung reicht aus um Röntgenstrahlung zu emittieren. Die so

entstehende Röntgenstrahlung wird häufig als Bremsstrahlung bezeichnet. Es gibt im Bereich des Targets allerdings noch einen anderen Effekt, der zur Entstehung von Röntgenstrahlen beiträgt. Hierbei werden durch die schnellen Elektronen gebundene Elektronen aus den Atomen des Kathodenmaterials herausgelöst. Die so entstehenden Löcher werden durch andere Elektronen aufgefüllt. Hierbei entstehen Röntgenstrahlen einer bestimmten Wellenlänge, die sogenannten charakteristischen Röntgenstrahlen.

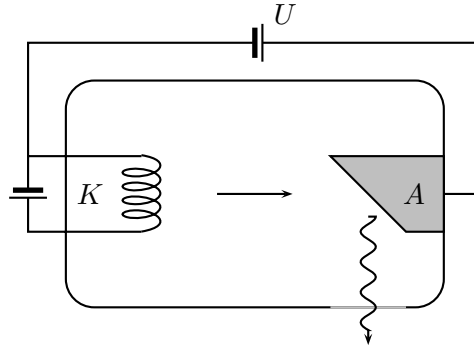


Abbildung 1: Schematischer Aufbau einer Röntgenröhre. Freie Elektronen werden durch die Glühwendel erzeugt und im Feld zur Anode A beschleunigt. Beim Aufprall auf die Anode werden Röntgenstrahlen emittiert.

2.1.2 Wirkungsgrad einer Röntgenröhre

Röntgenstrahlen entstehen also in einer Röntgenröhre nur durch das Aufprallen der beschleunigten Elektronen auf dem Target. Allerdings führt nicht jeder Aufprall zu einer so großen Beschleunigung, dass Röntgenstrahlen emittiert werden. Viele der auftreffenden Elektronen werden so durch die Stöße schrittweise abgebremst, so dass bei der Abbremsung keine Röntgenstrahlung an sich emittiert wird, sondern die Energie der gebremsten Elektronen in elektromagnetische Strahlung geringerer Energie (z.B. Licht im sichtbaren Spektrum) oder Wärme umgewandelt wird. Der Wirkungsgrad einer Röntgenröhre ist demnach relativ klein und hängt von der Materialbeschaffenheit des Anodenmaterials (besser dessen Ordnungszahl Z) und der verwendeten Beschleunigungsspannung U ab. Es gilt:

$$\eta \approx \frac{Z \cdot U}{10^9 V} \quad (1)$$

In diesem Versuch wurde als Beispiel eine Anode aus Kupfer benutzt. Mit einer Beschleunigungsspannung von $U = 24kV$ ergibt sich so ein Wirkungsgrad von

$$\eta \approx \frac{29 \cdot 24 \cdot 10^3 V}{10^9 V} = 0.69\%$$

Hieraus ergibt sich ein weiteres Problem bei der Röntgenstrahlenerzeugung. Die benutzte Röhre muss immer gekühlt werden um die entstehende Wärme abzuführen.

2.2 Röntgenspektrum

Untersucht man die von einer Röntgenröhre emittierten Röntgenstrahlen, so wird man feststellen, dass diese aus Strahlung unterschiedlicher Wellenlänge bestehen. Zur genaueren Untersuchung bietet sich die Spektralanalyse an. Hierbei werden die Intensitäten der Strahlen einer bestimmten Wellenlänge in Abhängigkeit von der Wellenlänge untersucht. Stellt man die Intensität in Abhängigkeit der Wellenlänge grafisch dar, so wird der Graph näherungsweise dem in Abbildung (2) ähneln.

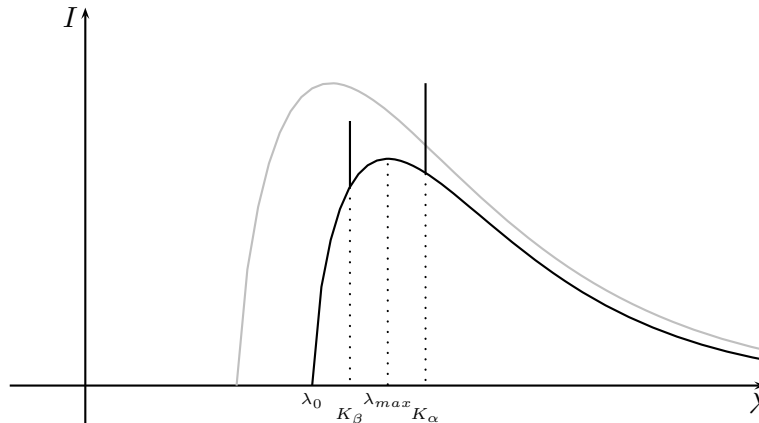


Abbildung 2: Qualitatives Spektrum einer Röntgenröhre. Eingezeichnet sind die Emissionsspektren einer Röntgenröhre für unterschiedliche Beschleunigungsspannungen, sowie die Linien der charakteristischen Röntgenstrahlung für eine der Kurven.

2.2.1 Der Intensitätsbegriff

Normalerweise wird die Intensität als die Energie pro Zeit pro Fläche definiert. Die Intensität einer Strahlung ist also nach diesem Gesichtspunkt die Leistung der Strahlung pro Flächeneinheit. Man könnte hierbei von einer Art der „integralen„ Intensität sprechen. Im Zusammenhang mit diesem Versuch wird im Bezug auf die Spektralanalyse aber immer von einer differentiellen Intensität gesprochen. Damit ist die Leistung einer emittierten Strahlung bestimmter Wellenlänge (pro Wellenlängenbereich) gemeint. Die Fächerung, also die Flächeneinheit, wird in diesem Fall vernachlässigt.

Unter Berücksichtigung der Quantenphysik, die davon ausgeht, dass elektromagnetische Strahlung auch durch einen Strom von Teilchen (Quanten) angesehen werden kann, ist nun die Energie eines Quants durch das Plancksche Wirkungsquantum mit der Wellenlänge λ oder der Frequenz ν der zu Grunde liegenden elektromagnetischen Strahlung verknüpft. Es gilt für die Energie eines Röntgenquants:

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \quad (2)$$

Nun kann die Intensität von elektromagnetischen Strahlen durch die Anzahl der Quanten (n_λ bzw. n_ν) in einem Wellenlängenbereich ($\Delta\lambda$) bzw. Frequenzbereich ($\Delta\nu$) beschrieben

werden. Dies führt zur Definition der differentiellen Intensität:

$$I_\nu(\nu) = \frac{E}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\Delta \nu} = \frac{\Delta n_\nu}{\Delta \nu} \cdot \frac{h\nu}{\Delta t} \quad (3)$$

$$I_\lambda(\lambda) = \frac{\Delta n_\lambda}{\Delta \lambda} \cdot \frac{hc}{\lambda \cdot \Delta t} \quad (4)$$

Wird im Folgenden der Begriff der Intensität verwendet, so ist die differentielle Intensität gemeint.

Messungen am Spektrum der Intensität in Abhängigkeit der Frequenz ergeben einen nahezu linearen Zusammenhang zwischen der Intensität und der Frequenz in der Form:

$$I_\nu(\nu) \approx \text{const.} \cdot (\nu_0 - \nu) \quad (5)$$

Vergleicht man die Darstellung der Intensitäten in (3) bzw. (4) so ergibt sich mit $\lambda \cdot \nu = c$ der Zusammenhang:

$$I_\lambda = I_\nu \cdot \frac{\Delta \nu}{\Delta \lambda} \quad (6)$$

Die Intensität in Abhängigkeit der Wellenlänge lässt sich damit unter Anwendung von Gleichung (5) annähernd beschreiben durch (Vgl.[APScript]):

$$I_\lambda \approx -\text{const.} \cdot \frac{c^2 \cdot (\lambda - \lambda_0)}{\lambda_0 \cdot \lambda^3} \quad (7)$$

2.2.2 Kontinuierliches Spektrum

Bei der Spektralanalyse von Röntgenstrahlen entsteht das Spektrum durch die Überlagerung eines kontinuierlichen Spektrums sowie des Spektrums der charakteristischen Röntgenstrahlen. Das kontinuierliche Spektrum entsteht dabei durch das Abbremsen der beschleunigten Elektronen an der Anode. Durch die statistische Verteilung der Bremsprozesse entsteht das kontinuierliche Spektrum. Die charakteristischen Größen des kontinuierlichen Spektrums λ_0 und λ_{max} hängen nur von der Energie der Elektronen, also von der Beschleunigungsspannung U ab. Wird die Beschleunigungsspannung erhöht, so verschieben sich die Werte λ_0 und λ_{max} hin zum kurzwelligen Bereich.

Der Wert der Grenzwellenlänge λ_0 kann über die Beschleunigungsspannung einfach errechnet werden. Wird ein Quant der Wellenlänge λ_0 emittiert, so muss die komplette kinetische Energie bei einem Stoß übertragen werden. Es ist demnach die Energie des Röntgenquants gleich der kinetischen Energie des gebremsten Elektrons:

$$\begin{aligned} U \cdot e &= E = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} \\ \lambda_0 &= \frac{h \cdot c}{U \cdot e} \end{aligned} \quad (8)$$

Mit Hilfe der Intensitätsverteilung kann nun die Wellenlänge λ_{max} aus dem errechneten λ_0 bestimmt werden. Es gilt:

$$\lambda_{max} \approx \frac{3}{2} \lambda_0 \quad (9)$$

Die Herleitung dieser Formel ist in den Aufgaben zu finden.

2.2.3 Charakteristisches Spektrum

Außer dem kontinuierlichen Spektrum der Bremsstrahlen fallen noch intensive Strahlungen im Bereich bestimmter Wellenlängen auf. Diese Wellenlängen verändern sich bei einer Variation der Spannung nicht (ihre Intensität hingegen schon). Untersucht man die charakteristische Strahlung mehrerer Röntgenröhren so wird bald auffallen, dass die Wellenlängen der charakteristischen Strahlung vom Anodenmaterial abhängen.

Die charakteristischen Linien entstehen, wenn ein gebundenes Elektron aus dem Atom herausgelöst wird und ein anderes Elektron einer anderen Schale des Atoms in das entstandene Loch „fällt“. Hierbei wird ein Röntgenphoton mit einer diskreten Energie emittiert. Für ein bestimmtes Anodenmaterial kann die Übergangsenergie zwischen den verschiedenen Schalen, repräsentiert durch die Hauptquantenzahlen n_1 bzw. n_2 , über das Moseleysche Gesetz errechnet werden. Für ein Anodenmaterial mit der Ordnungszahl Z und der Abschirmzahl K (gibt die Abschirmung zwischen der Kernladung und einem spezifischen Elektron durch andere Elektronen an, für den Übergang von $n_2 = 2$ nach $n_1 = 1$ ist $K \approx 1$, für $n_2 = 3$ nach $n_1 = 2$ ist $K \approx 7.8$) ergibt sich die Übergangsenergie zu:

$$E = R_\infty \cdot h \cdot c \cdot (Z - K)^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (10)$$

Ein Übergang von einem Elektron wird nach der Schale bezeichnet, in die ein Elektron fällt, also ein K -Übergang, wenn das Loch in der ersten Schale entstanden ist, analog dazu gibt es L und M -Übergänge. Auch hier werden Photonen emittiert, aber die dabei frei werdende Energie bzw. die Intensität der Strahlen ist so gering, dass sie nicht mehr im untersuchten Spektrum der Röntgenstrahlen anzusiedeln ist bzw. vom Kontinuierlichen Spektrum überlagert werden. Nun macht es noch einen energetischen Unterschied von welcher Schale das Elektron in das Loch „fällt“, so dass auch K unterschiedliche Energien aufweisen können. Hierzu dienen die griechischen Subscripte. Ein K_α -Übergang ist demnach ein Übergang von der L -Schale zur K -Schale, ein K_γ -Übergang von der M -Schale zur K -Schale. Eine solche Zuordnung ist für die Übergänge zu höheren Schalen wegen der Feinstrukturaufspaltung nicht mehr eindeutig möglich.

2.3 Spektralanalyse bei Röntgenstrahlen

Die Spektralanalyse von Röntgenstrahlen ist vergleichbar mit der Spektralanalyse des sichtbaren Lichts. Allerdings gibt es bei der technischen Durchführung einige Probleme. Ein übliches optisches Gitter ist aufgrund der kleinen Wellenlänge der Röntgenstrahlen nicht in der Lage Röntgenstrahlen voneinander zu trennen. Die Herstellung von optischen Gittern mit einer Gitterkonstante im Bereich der Röntgenwellenlänge ist technisch nicht möglich. Man benötigt also andere Mittel für eine Spektralzerlegung von Röntgenstrahlen. Die Lösung bietet hier das Phänomen der Röntgenstreuung an Festkörpern. Man stellt fest, dass Röntgenstrahlen an Atomen gestreut werden. Die Streuung lässt sich mit Stößen der Photonen und den Atomen erklären, was zu einer „Reflektion“ oder „Beugung“ von einem Teil der Röntgenstrahlen führt. Prinzipiell entstehen beide Erscheinungen durch den gleichen Effekt.

2.3.1 Bragg-Reflektion

Untersucht man nun die Reflektion von Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlängen an einem regelmäßigen Festkörper (Kristallen), so findet man für spezifische Wellenlängen maximale Intensitäten für verschiedene Ablenkungswinkel. Diese entstehen durch die Interferenz von verschiedenen Röntgenstrahlen gleicher Wellenlänge. Die dafür nötige Phasenverschiebung lässt sich durch die Reflektion an unterschiedlichen „Schichten“ des Festkörpers erklären. Bei Kristallen ist der Schichtabstand von zwei Schichten durch den Netzabstand d definiert. Abbildung (3) stellt die Reflektion von Röntgenstrahlen an einem Kristall schematisch dar.

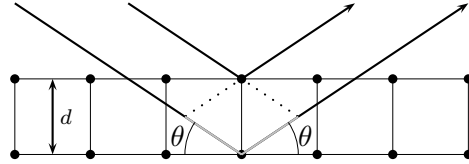


Abbildung 3: Schematische Darstellung der Bragg-Reflektion

Aus der Zeichnung gut ersichtlich kann der Gangunterschied δ (in der Zeichnung grau) der beiden Strahlen durch den Netzabstand d und dem Winkel θ als $\delta = 2d \sin(\theta)$ errechnet werden. Für positive Interferenz muss der Gangunterschied zwischen den Strahlen ein vielfaches der Wellenlänge betragen. So ergibt sich für ein Intensitätsmaximum die Braggsche Bedingung:

$$2d \sin(\theta) = n \cdot \lambda \quad n \in \{1, 2, 3, \dots\} \quad (11)$$

Die Prozess der Reflektion und Interferenz wird bei Röntgenstrahlen analog zur Optik oft als Röntgenbeugung bezeichnet, obwohl die Entstehung des „Beugungsmusters“ eine andere Ursache als die optische Beugung hat.

2.3.2 Der Geiger-Müller-Zähler

Zum Nachweis von Röntgenstrahlen gibt es verschiedene Möglichkeiten. Ein qualitativer Nachweis ist mit röntgenlumineszierenden Stoffen, wie auch Wilhelm Konrad Röntgen die Strahlung entdeckte, möglich. Eine quantitative Untersuchung, also eine Untersuchung der integralen Intensität ist nicht möglich.

Viele andere Methoden zum Nachweis von Röntgenstrahlung machen sich die ionisierende Wirkung von Röntgenstrahlen zu Nutze. In diesem Experiment wird zur quantitativen Intensitätsbestimmung ein Geiger-Müller-Zählrohr verwendet. Der Nachweis von Röntgenstrahlen wird beim Geiger-Zählrohr durch die Ionisierung eines Gases bewerkstelligt. Den Hauptbestandteil des Geigerzählrohrs bildet ein hohler Metallzylinder in dem sich ein zum Zylinder isolierter Draht befindet (siehe Abb 4). Auf einer Seite des Zylinders befindet sich ein strahlungsdurchlässiges Fenster. Im Inneren des Zylinders befindet sich ein Edelgas unter geringem Druck.

Soll das Geigerzählrohr als Geigerzähler betrieben werden, wird zwischen dem Metalldraht und dem Gehäuse eine Spannung U von mehreren hundert Volt angelegt. Gelangen nun ionisierende Strahlungen ins Innere des Zählrohrs, werden ein oder mehrere Atome des Gases ionisiert. Die freien Elektronen werden im elektrischen Feld zwischen Draht und Gehäuse stark beschleunigt und können auf ihrem Weg weitere Gasatome ionisieren. Treffen die Ionen/Elektronen auf den Draht bzw. das Gehäuse, so kann mit einem

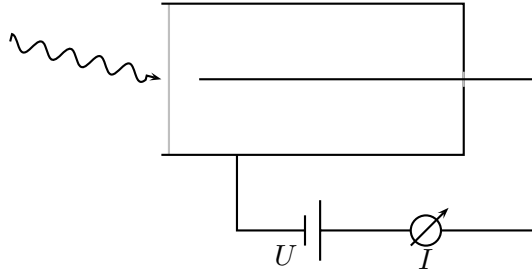


Abbildung 4: Schematische Darstellung eines Geiger-Zählers

Amperemeter ein zeitlich begrenzter Strom gemessen werden. Durch Zählen der auftretenden (Strom-) Impulse kann so die Dosisleistung (auftretende Strahlen pro Zeiteinheit) der Strahlung bestimmt werden. Ist die Energie der Strahlung bekannt, erlaubt die Dosisleistung Rückschlüsse auf die integrale Intensität. Der Geiger-Müller-Zähler eignet sich nicht zur Unterscheidung von ionisierender Strahlung.

3 Versuch und Auswertung

Ziel des Versuches ist die experimentelle Bestimmung der charakteristischen Größen der technischen Röntgenerzeugung. Diese sind im Falle des kontinuierlichen Bremsspektrums durch die Wellenlängen λ_0 und λ_{max} und für die charakteristische Strahlung des Anodenmaterials durch die Wellenlängen λ_{K_α} und λ_{K_β} gegeben.

3.1 Versuchsdurchführung und Messergebnisse

Die Bestimmung der Größen wird durch eine Spektralanalyse von emittierter Röntgenstrahlung einer Röntgenröhre vorgenommen. Zur spektralen Aufteilung der Röntgenstrahlen werden diese an einem Kristall nach dem Braggschen Gesetz reflektiert (vgl Abb (5)). Die Dosisleistung der reflektierten Röntgenstrahlen werden mit einem Geiger-Müller-Zähler über einen gewissen Zeitraum gemessen. Der Kristall ist hierbei auf einer Halbwinkelführung zum Zählrohr, das auf eine bestimmte spektrale Breite durch eine Spaltblende begrenzt ist, angebracht. Anhand der Auslenkung des Zählrohrs kann so auf den Ablenkwinkel ϑ der Strahlen und mit dem Braggschen Gesetz und der gemessenen Dosisleistung auf die Intensität der Strahlung geschlossen werden.

Mit Hilfe des gemessenen Winkels 2ϑ kann auf die Wellenlänge der einfallenden Strahlen geschlossen werden. Für die Wellenlänge λ der einfallenden Strahlen gilt, da sich im gemessenen Winkelbereich die Interferenzmaxima erster Ordnung befinden:

$$\lambda(\vartheta) = 2d \cdot \sin(\vartheta) \tag{12}$$

3.2 Auswertung

Im ersten Teil der Auswertung sollen aus dem $N(\vartheta)$ -Diagramm die Werte ϑ_0 und ϑ_{max} , sowie die Werte für die charakteristische Strahlung ϑ_{K_α} und ϑ_{K_β} bestimmt werden. Aus diesen Werten werden die entsprechenden Wellenlängen errechnet.

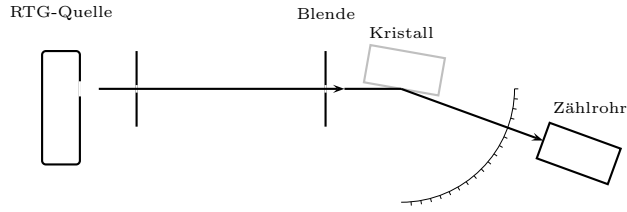


Abbildung 5: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus zur spektralen Untersuchung von Röntgenstrahlen

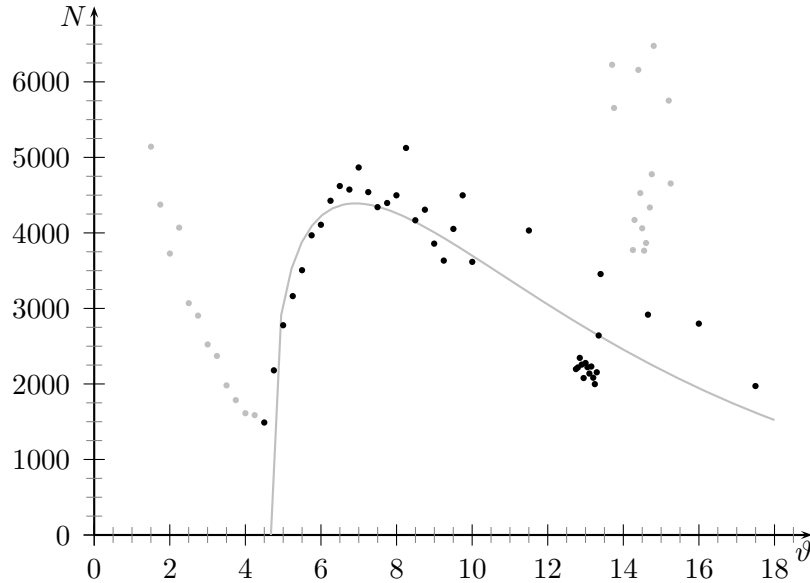


Abbildung 6: Ausschnitt des Spektrums der Dosisleistung in Abhängigkeit des Kristallwinkels ϑ . Alle Messwerte (grau) des Messprotokolls sind zur Orientierung eingezeichnet. Für die Regression der Kurve wurden nur die schwarz gezeichneten Werte ausgewertet.

Das Schaubild in Abbildung (6) zeigt einen Ausschnitt der gemessenen Werte. Die eingepasste Kurve entsteht unter Berücksichtigung der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Hierbei wurden die Werte um die Dosispitzen der charakteristischen Linien nicht berücksichtigt. Aus dem Schaubild lässt sich der Winkel ϑ_{max} als $\vartheta_{max} = 6.9^\circ$ bestimmen. Daraus ergibt sich für die Wellenlänge λ_{max} aus (12):

$$\lambda_{max} = 7.293 \cdot 10^{-11} m$$

Anhand des Zusammenhangs zwischen λ_0 und λ_{max} aus Formel (15) gilt nun für die Wellenlänge λ_0 :

$$\lambda_0 = \frac{2}{3} \lambda_{max} = 4.862 \cdot 10^{-11} m$$

Andererseits kann die Wellenlänge λ_0 auch aus dem Schaubild analog zu der Berechnung von λ_{max} abgelesen werden. Für den Winkel von ϑ_0 ergibt sich so:

$$\lambda_0 = 4.868 \cdot 10^{-11} m$$

Aus dem errechneten Wert für die Grenzwellenlänge λ_0 kann nun das Plancksche Wirkungsquantum errechnet werden. Durch Umformen von Gleichung 8 ergibt sich für h :

$$h = \frac{\lambda_0 \cdot U \cdot e}{c} \quad (13)$$

Im Versuch wurde eine Beschleunigungsspannung von $U=24kV$ eingesetzt, so dass sich für die Planckkonstante ergibt:

$$h = \frac{2.4 \cdot 10^4 V \cdot 4.868 \cdot 10^{-11} m \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} C}{2.997 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} \approx 6.245 \cdot 10^{-34} J s$$

Verglichen mit dem Literaturwert von $h = 6.626 \cdot 10^{-34} J s$ ergibt sich für den gemessenen Wert eine relative Abweichung von 5.75%.

Zur Bestimmung der Wellenlängen der charakteristischen Linien muss das vollständige Spektrum untersucht werden. Abbildung (7) stellt das komplette Spektrum der gemessenen Dosisleistungen dar.

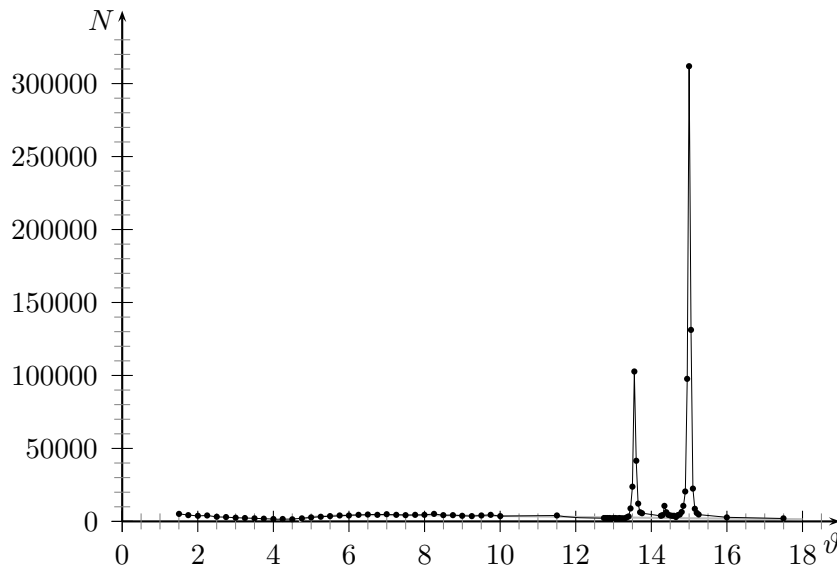


Abbildung 7: Spektrum der Dosisleistung

Deutlich sind die beiden Spitzen der Dosisleistung erkennbar. Hieraus können die zugehörigen Ablenkwinkel ϑ_{K_α} bzw. ϑ_{K_β} bestimmt werden als:

$$\vartheta_{K_\alpha} = 15^\circ \quad \vartheta_{K_\beta} = 13.55^\circ$$

Daraus ergeben sich nach Gleichung (12) für die zugehörigen Wellenlängen.

$$\lambda_{K_\alpha} = 15.713 \cdot 10^{-11} m \quad \lambda_{K_\beta} = 14.224 \cdot 10^{-11} m$$

Die Energie der charakteristischen Linien ergibt sich aus dem Zusammenhang, der schon zur Herleitung von Gleichung (8) verwendet wurde. Es gilt für die Energie eines Photons der Wellenlänge λ :

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (14)$$

Aus dieser Beziehung ergibt sich für die Energien der charakteristischen Linien:

$$E_{K_\alpha} = 1.263 \cdot 10^{-15} J = 7.889 keV \quad E_{K_\beta} = 1.396 \cdot 10^{-15} J = 8.714 keV$$

Als Vergleichswert zu den gemessenen Größen können die Energien über das Moseleysche Gesetz aus Gleichung (10) errechnet werden. Setzt man die Werte ein so erhält man für die Energien:

$$E_{K_\alpha} = 1.281 \cdot 10^{-15} J = 7.998 keV \quad E_{K_\beta} = 1.518 \cdot 10^{-15} J = 9.479 keV$$

Im Falle der K_α -Linie ergibt dies eine relative Abweichung von 1.37%. Die relative Abweichung der gemessenen K_β -Linie ist mit 8% viel größer.

3.3 Fehlerdiskussion

Beim Vergleichen der aus den Messwerten errechneten Werte mit den Literaturwerten fällt auf, dass alle Werte eine mehr oder weniger große Abweichung nach „unten“ aufweisen. Die größte Abweichung ist bei der K_β -Linie zu finden. Die Abweichung in diesem Versuch kann durch verschiedene Ursachen erklärt werden.

- Die *Halbwinkelführung* war für die Auslenkung des Kristalls und des Geigerzählrohrs verantwortlich. Es ist nicht bekannt, wie exakt die Halbwinkelführung in diesem Versuchsaufbau justiert war, so dass ein Fehler hierdurch kaum abschätzbar ist.
- Obwohl bei der *Winkelmessung* die benutzte Skala ein Ablesen von Winkeln im Bereich von 0.1° zulässt, ist ein Verstellen des Winkels mit einer so hohen Genauigkeit mit der Hand kaum zu bewerkstelligen. Die hierdurch entstehende Abweichung ist für den Verlauf des kontinuierlichen Spektrums kaum ausschlaggebend, für die Bestimmung der charakteristischen Linien aber schon.
- Auch die Fehler der im Versuchsaufbau verwendeten Materialien, die nachher in die Rechnung mit einfließen, wie beispielsweise der Netzebenenabstand d oder die genaue Zusammensetzung der Anode sind nicht bekannt, können aber durchaus das Ergebnis beeinflussen.
- Obgleich die *Nullrate* vor und nach dem Versuch bestimmt wurde, ist der Einfluss der Hintergrundstrahlung auf den einzelnen Messwert kaum abzuschätzen. Beim Nullwert handelt es sich um eine rein statistische Größe, weshalb diese über einen langen Zeitraum gemessen wurde. Die Berücksichtigung der Nullrate für kleine Messzeiten ergibt für den einzelnen Messwert eine statistische Abweichung, die bei der Rechnung nicht berücksichtigt wurde.
- Ebenfalls nicht bekannt ist die Genauigkeit des verwendeten *Geiger-Müller-Zählers*. Abweichungen in der gemessenen Dosisleistung führen bei der Bestimmung von den Werten des charakteristischen Spektrums zu einer Abweichung, bei der Ermittlung der Wellenlängen der charakteristischen Linien spielt dies allerdings eine geringe Rolle.

- Sehr fehleranfällig ist die Bestimmung von *Werten am Diagramm*. Beim Anpassen der Kurve des kontinuierlichen Spektrums müssen viele Messwerte ignoriert werden. Beim Hinzunehmen von anderen Werten ergibt sich eine andere Kurve, so dass die Werte des charakteristischen Spektrums abweichen können.

4 Fragen und Antworten

1. Spielt es eine Rolle ob der Draht des Geiger-Müller-Zählers auf positives oder negatives Potential gelegt wird?

Durch die geringe Oberfläche des Drahtes bildet sich um den Draht ein sehr starkes elektrisches Feld aus, so dass die Elektronen stark zum Draht hin beschleunigt werden. Nur deshalb haben sie die Fähigkeit andere Atome des Gases zu ionisieren. Würde der Draht auf negatives Potential gelegt werden, so wäre die Beschleunigung der Elektronen zum Metallzylinder zu gering um weitere Atome zu ionisieren. Die ionisierten Gasatome erreichen in der Regel nicht die nötige Geschwindigkeit, um andere Atome zu ionisieren.

2. Was versteht man unter dem Plateau des Geiger-Müller-Zählrohrs?

Das Zählrohr registriert einfallende ionisierende Strahlen. Hält man nun die Dosisleistung der Strahlen konstant und verändert die an das Zählrohr angelegte Spannung U , so stellt man fest, dass es Bereiche gibt in denen sich die Anzahl der nachweisbaren Stromimpulse kaum verändert. Dieser Spannungsbereich wird Plateau genannt. Physikalisch kann das Auftreten eines Plateaus damit erklärt werden, dass bei der angelegten Spannung durch die lawinenartige Ionisation alle Atome im Zählrohr ionisiert werden, sobald nur eines der Atome durch Strahlung ionisiert wurde.

3. Wie kann das Geiger-Zählrohr als Proportionalitätszählrohr verwendet werden? Was ist der Vorteil?

Soll das Zählrohr als Proportionalitätszählrohr verwendet werden, so muss lediglich die Spannung zwischen Draht und Gehäuse reduziert werden. Im Bereich einer Spannung von ca. 100V ist die Kraft auf die erzeugten Ionen/Elektronen groß genug, dass diese nach der Ionisierung nicht mehr neutralisieren, sondern zu den Elektroden gelangen, auf ihrem Weg aber keine weiteren Atome ionisieren. Der so fließende Strom ist proportional zu der Anzahl der im Zählrohr erzeugten Ionen. Kennt man die Ionisierungsenergie, kann man über den gemessenen Strom auf die Anzahl der ionisierten Gasatome und somit auf die Energie der einfallenden Strahlen schließen. Ein Nachteil ist, dass hierbei sehr sensible Messgeräte verwendet werden müssen und nur Strahlungen mit vergleichsweise hohen Energien untersucht werden können.

4. Was passiert, wenn man an das Zählrohr eine zu hohe Spannung anlegt? Beim Anlegen einer zu hohen Spannung an das Zählrohr ist die Energie des elektrischen Feld zwischen den Elektroden groß genug eine spontane Ionisation der Atome auszulösen. Somit werden Stromimpulse gemessen ohne dass Strahlung in die Kammer gelangt. Bei weiterer Erhöhung der Spannung kommt es zu einem ständigen Stromfluss zwischen den Elektroden.

5. Messung der Elementarladung e .

Der *Millikan-Versuch* benutzt zur Bestimmung der Elementarladung die Coulombkraft, die auf mehrfach geladene Öltröpfchen im Einfluss eines homogenen elektrischen Feldes

wirkt. Durch die Luftreibung stellt sich ein Kräftegleichgewicht zwischen Reibungskraft, Gewichtskraft und Auftrieb, sowie der Coulombkraft ein, so dass das Tröpfchen sich mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegt. Durch Variieren des elektrischen Feldes kann so mit der Geschwindigkeit des Tröpfchens auf die Ladung geschlossen werden. Die Elementarladung ergibt sich dann aus der Untersuchung mehrerer Tröpfchen aus den Ladungen.

Das *Faradaysche Gesetz* besagt, dass die Stoffmenge, die an einer Elektrode bei der Elektrolyse abfällt, proportional zu der Ladung ist, die durch die Elektroden fließt. Somit kann durch den Strom durch die Elektroden und der anfallenden Stoffmenge auf die Elementarladung geschlossen werden.

Durch das Verhalten von Elektronenstrahlen in *elektrischen Feldern* kann durch die Ablenkung des Elektronenstrahls auf die Elementarladung geschlossen werden. Hierbei muss die Geschwindigkeit der Elektronen aber auf andere Weise als die Energieerhaltung bei der Beschleunigung bestimmt werden, da hierbei die spezifische Ladung, also e/m_e benötigt wird. Diese könnte allerdings durch Versuche im *magnetischen Feld* experimentell bestimmt werden.

6. Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit c .

Erstmals wurde die Lichtgeschwindigkeit durch eine Zeitverzögerung von *astronomischen Beobachtungen* bestimmt. Damals wurde die Verdunklung des Jupitermondes Io betrachtet, die, wenn sich die Erde dem Jupiter auf ihrer Umlaufbahn näherte, ca. 20min früher eintrat, als zu einem Zeitpunkt, an dem die Erde sich in größter Entfernung zum Jupiter befand. Daraus kann mit dem Erdbahndurchmesser auf die Lichtgeschwindigkeit geschlossen werden.

Eine andere Astronomische Möglichkeit bietet die *Aberration des Lichts*. Hierbei werden Sterne durch die reaktive Bewegung des Beobachters zu verschiedenen Jahreszeiten an unterschiedlichen Positionen wahrgenommen. Durch diese Unterschiede der Wahrnehmung kann auf die Lichtgeschwindigkeit geschlossen werden.

Bei der *Zahnradmethode* wird ein Lichtstrahl durch die Zähne eines Zahnrades „gepulst“. Die so entstehenden Lichtblitze werden von einem Spiegel in großer Entfernung reflektiert und ebenfalls durch die Zähne des Zahnrades beobachtet. Durch eine Variation der Rotationsgeschwindigkeit des Zahnrades kann die Rotation so eingestellt werden, dass der Lichtstrahl sichtbar wird. Anhand der Rotationsgeschwindigkeit und der Entfernung zwischen Zahnrad und Spiegel kann nun die Lichtgeschwindigkeit errechnet werden.

Bei der *Drehspiegelmethode* fällt Licht aus einer ortsfesten Lichtquelle auf einen drehenden Spiegel. Dieser reflektiert das Licht zu einem zweiten ortsfesten Spiegel, der das Licht zum Drehspiegel zurückschickt. Der Drehwinkel verändert sich in der Zeit, die das Licht für die Überwindung des Abstandes zwischen Drehspiegel und ortsfestem Spiegel benötigt. Der Lichtstrahl wird also dann vom Drehspiegel in eine andere Richtung reflektiert. Aus dem so entstandenen „Ablenkwinkel“ und der Rotationsgeschwindigkeit lässt sich mit dem Abstand der Spiegel auf die Lichtgeschwindigkeit schließen.

Die Ausbildung von einer stehenden Welle in einem *elektrischen Hohlraumresonator* ist eine weitere Möglichkeit die Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen.

7. Beweis des Zusammenhangs:

$$\lambda_{max} = \frac{3}{2}\lambda_0 \tag{15}$$

Zum Beweis des Zusammenhangs wird die Intensitätsgleichung aus (7) benötigt. Hierbei gilt für Maximalstellen, dass diese Nullstellen der Ableitung sind, also:

$$0 \stackrel{!}{=} \frac{dI_\lambda(\lambda)}{d\lambda} = -const \cdot c^2 \left(\frac{1}{\lambda_0 \cdot \lambda^3} - 3 \cdot \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0 \cdot \lambda^4} \right) \quad (16)$$

$$\Rightarrow \lambda \stackrel{!}{=} \frac{3}{2} \lambda_0 \quad (17)$$

Anhand Intensitätsfunktion lässt sich nun zeigen, dass der konstante Faktor ein negatives Vorzeichen haben muss. Daher lässt sich aus der zweiten Ableitung Intensitätsfunktion zeigen, dass es sich um ein Maximum handelt. Es gilt:

$$\left. \frac{d^2}{d\lambda} I_\lambda \right|_{\lambda=\frac{3}{2}\lambda_0} = const. \cdot \frac{32 \cdot c^2}{81 \cdot \lambda_0^5} < 0 \quad (18)$$

Somit ergibt sich für $\lambda = \frac{3}{2} \lambda_0$ ein Maximum der Intensität.

8. Warum haben K_α Übergänge nur zwei Komponenten?

Für den Übergang von Elektronen gibt es drei Regeln. Die zweite Regel besagt, dass die Änderung der Nebenquantenzahl l bei einem Elektronenübergang entweder 1 oder -1 beträgt. Für $n = 1$ ist die Nebenquantenzahl mit $l = 0$ festgelegt. Ein Übergang aus der L -Schale ist also nur von den p -Orbitalen möglich. Somit sind die Übergänge auf zwei Komponenten beschränkt.

Wie kann ein Elektron der L_1 -Schale in ein Loch in der K -Schale gelangen?

Ein Übergang vom s -Orbital der L -Schale in die K -Schale, besser gesagt in das s -Orbital der K -Schale, ist nach den Regeln zu den Elektronenübergängen nicht direkt möglich. Trotzdem könnte ein Elektron der L_1 -Schale nach einer Energieaufnahme, also einem Wechsel in ein anderes Orbital, in die K -Schale fallen.

Der Auger-Übergang

Der Auger-Effekt beschreibt einen Übergang in einem Atom, bei dem kein Photon emittiert wird. Auch hier „fällt“ ein Elektron in ein vorhandenes Loch. Die dabei frei werdende Energie wird aber nicht in elektromagnetische Strahlung umgesetzt, sondern an ein anderes Elektron der äußeren Schale übertragen, so dass dieses das Atom verlässt. Es entsteht so ein zweifach ionisiertes Atom.

Was ist die Fluoreszenzausbeute von Röntgenstrahlen?

Die Fluoreszenzausbeute von Röntgenstrahlen ist definiert als der Quotient der durch einen Elektronenübergang emittierten Röntgenquanten n_γ zu der Anzahl der erzeugten Löcher n in einer bestimmten Schale. Für die verschiedenen Übergänge können die Fluoreszenzausbeuten bestimmt werden als:

$$W_K = \frac{n_\gamma}{n} \quad (19)$$

Die Gesamtfloreszenzausbeute erhöht sich im Allgemeinen mit steigender Ordnungszahl, da hier bei Atomen höherer Ordnungszahl die Anzahl der Auger-Übergänge geringer ist als bei Atomen geringerer Ordnungszahl.

9. Kann man Bremsstrahlung oder charakteristische Röntgenstrahlen mit einem Protonenstrahl erzeugen?

Bremsstrahlen entstehen durch die hohe Beschleunigung von Elektronen am Target.

Aufgrund des vergleichsweise hohen Impulses von Protonen können diese nicht in so hohem Maße gebremst werden, dass von ihnen Röntgenstrahlen emittiert werden. Also sind Bremsstrahlen durch einen Protonenstahl nicht zu erzeugen.

Theoretisch vorstellbar wäre die Erzeugung von charakteristischen Röntgenstrahlen durch Protonen. Allerdings gelten für den Stoß zwischen Elektronen und Protonen die Zusammenhänge des elastischen Stoßes. Der Anteil der übertragenen kinetischen Energie des Protons ist gegeben durch:

$$f = \frac{\Delta E}{E^{\text{vor}}} = 1 - \frac{v_0}{v_p}$$

Wobei v_0 die Geschwindigkeit des Protons vor dem Zusammenstoß bedeutet. Für die Teilchen mit dem Massenverhältnis von $N = \frac{m_p}{m_e}$ gilt beim elastischen Stoß für das Verhältnis der Geschwindigkeiten des Protons.

$$\frac{v_p}{v_0} = \frac{1 - N}{1 + N}$$

Damit kann für das Verhältnis der kinetischen Energie f errechnet werden:

$$f = 1 - \left(\frac{1 - N}{1 + N} \right)^2 = \frac{4N}{(N + 1)^2}$$

Mit einem Massenverhältnis von $f \approx 1836$ ergibt sich:

$$f \approx 0.21\%$$

Das bedeutet, dass nur ein Bruchteil der kinetischen Energie eines Protons bei einem Stoß an ein Elektron abgegeben wird. Wenn also ähnliche Intensitäten wie in unserem Versuch emittiert werden sollen, müssen die Protonen eine kinetische Energie von ca. 11MeV aufweisen.

10. Warum beobachtet man bei den Serien im Röntgenbereich nur endlich viele Komponenten?

Röntgenstrahlen entstehen durch das Auffüllen von entstandenen Löchern auf den verschiedenen Schalen. Dabei „fallen“ Elektronen der äußeren Schalen in die Löcher der inneren Schalen. Da nun die Anzahl der gefüllten Schalen eines Atoms begrenzt ist, gibt es zu jeder Serie nur begrenzte Möglichkeiten die Löcher wieder aufzufüllen. Die genannten Serien des Wasserstoffatoms entstehen durch Anregung des Elektrons, welches dann von einem der unendlich vielen Energiezustände auf die entsprechende Linie zurückfällt und ein Photon emittiert.

11. Die spektrale Breite des Spektrometers.

Betrachtet man zwei Röntgenstrahlen, die den Abstand l zwischen den Strahlen der Breite d diagonal durchlaufen, so erhält man für den Winkel zwischen den beiden Strahlen φ :

$$\tan(\varphi) = \frac{b}{l}$$

Für die spektrale Breite $\delta\lambda$ gilt nun, da φ als Fehler von ϑ angesehen werden kann:

$$\delta\lambda = \left| \frac{d\lambda}{d\vartheta} \right| \varphi = 2d \cdot \varphi \cos(\vartheta) \approx 5.32 \cdot 10^{-13} \text{m} \cdot \cos(\vartheta)$$

Da für die untersuchten Winkel der Kosinus einen Wert von nahezu eins ergibt, also $\cos(\vartheta) \approx 1$, ergibt sich für die spektrale Breite des Spektrometers:

$$\delta\lambda \approx 5.32 \cdot 10^{-13} m$$

5 Verzeichnisse

5.1 Abbildungsverzeichnis

| | | |
|---|---|----|
| 1 | Schema einer Röntgenröhre | 3 |
| 2 | Diagramm - qualitatives Röntgenspektrum | 4 |
| 3 | Schematische Darstellung der Bragg-Reflektion | 7 |
| 4 | Schematische Darstellung eines Geiger-Zählers | 8 |
| 5 | Schematische Darstellung Versuchsaufbau | 9 |
| 6 | Spektrum der Dosisleistung Ausschnitt | 9 |
| 7 | Spektrum der Dosisleistung | 10 |

5.2 Literaturverzeichnis

[WPEnz] Verschiedene *Wikipedia - Die freie Enzyklopädie* <http://de.wikipedia.org>

[Hal03] D.HALLIDAY, R.RESNICK, J.WALKER *Physik* WILEY-VCH GmbH&Co. KGaA
1.Auflage 2003

[TBP99] H.KUCHLIN *Taschenbuch der Physik* Fachbuchverlag Leipzig 16.Auflage 1999

[APScript] B.RUNGE *Versuchsanleitung zur Röntgenemission*