

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Physikalische Grundlagen	2
2.1	Grundlagen der Elektrodynamik	2
2.1.1	Strom und Spannung	2
2.1.2	Bauteile im Wechselstromkreis	3
2.1.3	Kombinationen von Bauteilen	4
2.1.4	Elektromagnetische Wellen	5
2.2	Der Wellenleiter und die Leitungswellengleichung	5
2.2.1	Typen von Wellenleitern	5
2.2.2	Wellen im Wellenleiter	6
2.3	Leitungstheorie	8
2.3.1	Die Doppelleitung	8
2.3.2	Die Leitungsgleichung	8
2.3.3	Signalreflexion	10
2.3.4	Leiterverzweigungen	10
3	Versuch und Auswertung	11
3.1	Messung von Pulslaufzeiten	11
3.2	Abschlusswiderstände	12
3.3	Power-Splitter vs. T-Verbindung	13
3.4	Erzeugung kurzer Pulse	14
3.5	Impedanzmessungen	15
3.6	Diskussion der Fehler	15
4	Fragen	16
5	Verzeichnisse	17
5.1	Literaturverzeichnis	17

Anhang A: Messprotokoll aus dem Praktikum

1 Einleitung

Die Entwicklung neuer Meßmethoden, sowie in der Digitaltechnik, bedingen die schnelle Übertragung großer Datenmengen. Eine schnelle Signalübermittlung kann auf der einen Seite durch die „Verbreiterung“ der Übertragungswege, aber auch durch Nutzung hochfrequenter elektrischer Signale erzielt werden.

Die Eigenarten einer hochfrequenten kabelgebundenen elektrischen Signalübermittlung sollen in diesem Versuch untersucht werden. Hierzu werden verschiedene Messungen an Wellenleitern vorgenommen.

2 Physikalische Grundlagen

Im Folgenden sollen die für den Versuch wichtigen physikalischen Grundlagen genannt und beschrieben werden.

2.1 Grundlagen der Elektrodynamik

Die Elektrodynamik liefert mit den Maxwell'schen Gleichungen die Grundlagen für die Beschreibung von elektrischen und magnetischen Feldern. Da jede Form eines elektrischen Signals letztendlich auf bewegte und beschleunigte Ladungen zurückzuführen ist, können alle Phänomene in diesem Bezug durch die elektrodynamischen Gesetze beschrieben werden. Einige Gesetzmäßigkeiten sollen hier vorgestellt werden.

2.1.1 Strom und Spannung

Betrachtet man ausschließlich stationäre Ladungen und Ströme, so kann einem elektrischen Feld, dessen Ursache überschüssige Ladungen sind, ein elektrisches Potential zugeordnet werden. Zwischen zwei Punkten (innerhalb des Wirkungsbereichs des elektrischen Feldes) existiert so eine Potentialdifferenz, die als Spannung U bezeichnet wird. Formal ergibt sich die Spannung als die Verschiebungsarbeit W_{AB} einer Ladung Q im elektrischen Feld. Es gilt

$$U = \frac{W_{AB}}{Q} = \frac{1}{Q} \int_A^B Q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s} = \varphi_B - \varphi_A$$

Eine Spannung führt bei nicht fest gebundenen Ladungen zwangsweise zu einer Bewegung der Ladungen. Die die Bewegung der Ladungen charakterisierende Größe ist die Stromstärke I . Sie ergibt sich als pro Zeiteinheit fließende Ladung. Mit einer anderen Definition ergibt sich als das Flächenintegral der Stromdichte \vec{j} . Hier gilt

$$I = \int \vec{j} d\vec{A} = \int \frac{dQ}{dV} \vec{v} d\vec{A} = \int \frac{dQ}{dt} \frac{dx}{dV} dA = \frac{dQ}{dt}$$

In vielen elektrischen Schaltungen finden nicht nur stationäre Spannungen und Ströme Anwendung, sondern vielmehr zeitlich veränderliche. Obwohl fast jeder Strom und Spannungsverlauf denkbar wäre, reicht hier die Betrachtung von harmonischen (sinusförmigen) Wechselspannungen aus, da sich jeder andere Verlauf mittels Fouriertransformation als Überlagerung von mehreren Frequenzen zusammensetzen lässt. Im Folgenden werden

Wechselströme mit Hilfe der komplexen Exponentialfunktion dargestellt, wobei jeweils nur der Realteil meßbar wäre. Somit ergibt sich eine Wechselspannung als

$$U(t) = U_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \quad U_0 \in \mathbb{R}$$

2.1.2 Bauteile im Wechselstromkreis

Im Wesentlichen lässt sich jede hier verwendete Schaltung und jedes Modell aus drei bzw. vier verschiedenen idealisierten Bauteilen beschreiben. Diese werden hier vorgestellt:

Der ideale Leiter Im idealen Leiter können sich Ladungen frei bewegen. Dies führt beim Anlegen einer Spannung dazu, dass sich Ladungen in diesem Leiter solange bewegen, bis das elektrische Feld komplett kompensiert wird. Das Innere des idealisierten Leiters ist demnach feldfrei. Somit bildet der ideale Leiter eine Äquipotentialfläche.

Der Widerstand Durch das Anlegen einer Spannung an einen idealen Leiter (und das Bereitstellen genügend freier Ladungen) wäre der Strom in einem idealen Leiter unbegrenzt. Tatsächlich aber ist bei realen Leitern ein mit dem Strom zunehmender Spannungsabfall über dem Leiter zu messen. Dies führt zur Definition des Widerstandes R bzw. zum Ohmschen Gesetz. Der Quotient aus Spannung und Stromstärke wird als Widerstand definiert. Dieser ergibt sich im Falle eines Körpers aus dem materialabhängigen spezifischen Widerstand ρ sowie der Fläche A und der Länge l .

$$R = \frac{U}{I} = \rho \frac{l}{A} \quad [R] = 1\Omega$$

Im Wechselstromkreis wird der Quotient aus (komplexer) Spannung und Stromstärke in Analogie zum stationären Fall als Wechselstromwiderstand Z bezeichnet. Dieser setzt sich im allgemeinen aus einem Wirkwiderstand R (Realteil) und einem Blindwiderstand X (Imaginärteil) zusammen. Der Betrag des Wechselstromwiderstandes wird als Scheinwiderstand bezeichnet. Je nach Definition wird entweder der komplexe Wechselstromwiderstand oder dessen Betrag als Impedanz bezeichnet, weshalb hier auf die Verwendung verzichtet werden soll. Im Falle eines einfachen ohmschen Widerstandes haben Wechselstromwiderstand, Wirkwiderstand und Scheinwiderstand den Wert des Gleichspannungswiderstandes R .

Der Kondensator Der Kondensator hat die Möglichkeit Ladungen zu speichern. Die Ladung auf dem Kondensator ist proportional zur angelegten Spannung. Die Proportionalitätskonstante wird als Kapazität C des Kondensators bezeichnet. Es ist

$$Q = C \cdot U$$

Ein Kondensator in einer Gleichstromschaltung hat im Idealfall einen unendlich hohen Widerstand. Betrachtet man allerdings einen Kondensator im Wechselstromkreis, so ergibt sich

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = C \frac{dU(t)}{dt} = CU_0 \frac{d}{dt} e^{i\omega t} = i\omega CU_0 e^{i\omega t} = i\omega CU(t)$$

Der Wechselstromwiderstand eines Kondensators kann so zu

$$Z = \frac{I(t)}{U(t)} = \frac{1}{i\omega C} = -i \frac{1}{\omega C}$$

bestimmt werden. Somit wirkt der Kondensator im Wechselstromkreis nicht als Wirkwiderstand, sondern rein als Blindwiderstand. Zwischen Strom und Spannung bewirkt der Kondensator eine Phasenverschiebung um $\pi/2$, wobei der Strom der Spannung vorausleitet.

Die Spule Eine Spule besteht meist aus einer oder mehreren Leiterschleifen um die sich bei fließendem Strom ein magnetisches Feld bildet. Der magnetische Fluss Φ ist proportional zum fließenden Strom I . Die Induktivität L als Proportionalitätskonstante ist die charakteristische Eigenschaft der Spule als Bauteil. Nach dem Induktionsgesetz induziert ein sich ändernder magnetischer Fluss eine Spannung in den Leiter der Spule. Hierbei gilt

$$U(t) = \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{dI}{dt}$$

Im Gleichstrombetrieb hat die Spule außer beim Ein- und Ausschaltvorgang keine Auswirkung. Im Wechselstromkreis gilt allerdings

$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt} = i\omega LI(t) \quad Z = i\omega L$$

woraus sich auch für die Spule ein Wechselstromwiderstand und ein Blindwiderstand ergibt. Da sich auch um einen geraden Leiter bei einem Stromfluss ein magnetisches Feld bildet besitzt auch dieser eine Induktivität.

2.1.3 Kombinationen von Bauteilen

Will man eine Schaltung aus mehreren Bauteilen exakt beschreiben, so sind liefern die Kirchhoffschen Gesetze ein wichtiges Werkzeug um Ströme, Spannungen und Widerstände im Netzwerk zu berechnen.

Knotenregel Die Knotenregel kann bei einem Netzwerkknoten, also einer Verbindung von zwei oder mehreren Leitern angewendet werden und besagt, dass die (gerichtete) Summe aller Ströme in einem Knoten verschwindet. Es gilt

$$\sum I = 0$$

Die Knotenregel ergibt sich aus der Forderung, dass ein Netzwerkknoten elektrisch neutral bleiben sollte und darf deshalb nur bei neutralen Netzwerkknoten angewendet werden.

Maschenregel Die Maschenregel besagt, dass die Summe aller Spannungen addiert über eine Masche in einem Netzwerk Null ergibt. Die Maschenregel folgt aus der Rotationsfreiheit eines elektrischen Feldes bei Abwesenheit zeitlich veränderlicher magnetischer Felder und darf deshalb nur hier angewendet werden.

Parallel und Reihenschaltung Wie auch für Gleichspannungsnetzwerke können in Wechselspannungsnetzwerken die Kirchhoffschen Regeln zur Definition von Ersatzwiderständen des Netzwerks genutzt werden. Dabei ergibt sich der komplexe Ersatzwiderstand einer Reihenschaltung als die Summe der einzelnen Widerstände

$$Z_{Reihe} = \sum Z_i$$

sowie der Ersatzwiderstand einer Parallelschaltung von Wechselstromwiderständen als Kehrwert der Summe der Kehrwerte der Einzelwiderstände

$$\frac{1}{Z_{Parallel}} = \sum \frac{1}{Z_i}$$

Neben dem Scheinwiderstand als Betrag des Ersatzwiderstands liefert der Phasenwinkel des komplexen Wechselstromwiderstands auch die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung.

2.1.4 Elektromagnetische Wellen

Hochfrequente Spannungen und Ströme führen unweigerlich auch zu einer Abstrahlung von elektromagnetischen Wellen im Umkreis eines Leiters. Zudem kommt bei hohen Frequenzen der Skin-Effekt zum tragen. Dieser bewirkt, dass der Stromfluss nicht mehr homogen im Leiter verteilt ist, sondern an der Leiteroberfläche eine hohe Stromdichte zu finden ist, während im Leiterinneren die Stromdichte abnimmt.

Elektromagnetische Wellen sind Lösungen der Wellengleichung, welche aus den maxwell-schen Gleichungen gefolgert werden kann. Wichtig für die Erklärung der hier zu Beschreibenden Phänomene ist allerdings nur das Verhalten von elektromagnetischen Wellen an Grenzflächen.

Elektromagnetische Wellen werden an einer Grenzfläche zweier Medien mit unterschiedlicher elektrischer (bzw magnetischer) Eigenschaft teilweise reflektiert und teilweise transmittiert. Die transmittierte und reflektierte Amplitude hängt von den Eigenschaften der Grenzfläche ab. Die Reflektion an einem idealen Leiter ist vollständig, das heisst die komplette Amplitude der elektromagnetischen Wellen wird reflektiert. Im ohmschen Leiter entscheidet die Leitfähigkeit bzw. der spezifische Widerstand des Materials und die Frequenz der auftreffenden Wellen über die Eindringtiefe in das Material.

Aufgrund der Stetigkeitsbedingung für die tangentialen Komponenten des elektrischen Feldes an der Grenzfläche erfährt eine Welle bei der Reflexion am Leiter einen Phasensprung von $\pi/2$. Beim Übergang einer Welle von einem Dielektrikum in Luft wird zwar ein großer Teil der Welle abgestrahlt, aber auch ein geringer Teil der Amplitude reflektiert.

2.2 Der Wellenleiter und die Leitungswellengleichung

Nachdem nun die Grundlagen der Ausbreitung von elektrischen Wellen beschrieben wurden, sollen hier die verschiedenen Typen von Wellenleitern vorgestellt werden, sowie die Ausbreitung von Signalen im Wellenleiter beschrieben werden.

2.2.1 Typen von Wellenleitern

Neben dem eher exotischen Eindraht-Wellenleiter und der Hohlleitung für Frequenzen im Ultra-Hoch-Frequenzbereich sind die meisten Wellenleiter bipolar, das heisst bestehen aus zwei elektrisch getrennten Leitern.

Parallele Flächen-Leiter Den einfachsten Fall eines Wellenleiters stellen zwei parallele Metallplatten dar. Fällt eine elektromagnetische Welle zwischen die Leiter, so wird diese immer an den Grenzflächen zwischen Luft bzw. Vakuum und Metall reflektiert. Aufgrund des Phasensprungs bei der metallischen Reflektion und Interferenz kann sich senkrecht

zu den Metallplatten eine stehende Welle bilden. Der senkrechte Anteil der Welle kann sich allerdings zwischen den Leitern fortpflanzen.

Die Band- oder Streifenleitung Die Band- oder Streifenleitung findet hauptsächlich auf Platinen mit denen hochfrequente Signale bearbeitet werden müssen Anwendung. Hierbei werden zwei Leiterschichten der Platine durch ein Dielektrikum getrennt. Ähnlich wie bei den leitenden Metallplatten kann sich eine elektromagnetische Welle zwischen den Leiterschichten ausbreiten. Die Bandleitung bewirkt eine höhere Abschirmung von hochfrequenten Signalen als einfache Leiterbahnen.

Die Lecherleitung Die Lecherleitung ist eine symmetrisch aufgebaute Zweidrahtleitung. Sie besteht aus zwei Leiterdrähten welche im konstanten Abstand voneinander geführt werden. Obwohl die Lecherleitung aufgrund des symmetrischen Aufbaus im Fernfeld kaum abstrahlt ist sie wegen des offenen Aufbaus sehr empfindlich gegen eingestreuete Signale. Sie wird deshalb oft als Empfänger für elektromagnetische Wellen (für Rundfunkgeräte), sowie bei der Übertragung von niederfrequenten Wechselströmen (Stromnetz, analoge Audiosignale) genutzt.

Das Koaxialkabel Das Koaxialkabel ist mit dem asymmetrischen Aufbau aus Innenleiter und Außenleiter besser gegen Störeinflüsse von außen abgeschirmt als die Lecherleitung. Zwischen Innenleiter und Außenleiter, der oft die Rolle des Schirms übernimmt, befindet sich ein dielektrisches Material, welches in erster Linie für den Wellenwiderstand verantwortlich ist. Da sich das elektrische und magnetische Feld nur zwischen Innenleiter und Schirm ausbilden sind Koaxialkabel auch im kleinen Abstand nahezu abstrahlungsfrei. Koaxialkabel finden dort Anwendung, wo keine Abstrahlung aber auch keine Einstreuung erwünscht ist, zum Beispiel zur Datenübertragung im digitalen Netzwerk, als Leitung für Rundfunksignale oder als Meßleitungen.

2.2.2 Wellen im Wellenleiter

Betrachtet man nun das Verhalten von elektrischen und magnetischen Feldern beim Anlegen eines Wechselstroms in den verschiedenen Wellenleitern so lassen sich die entstehenden elektromagnetischen Wellen näher beschreiben. Der Verlauf des elektrischen Feldes im Wellenleiter ist in jedem Fall relativ einfach zu erklären. Das elektrische Feld verläuft vom gerade negativ geladenen Leiter zum momentan positiv geladenen.

Aus den maxwellschen Gleichungen wissen wir, dass ein Strom die Ursache für die Rotation des magnetischen Feldes ist. Beachtet man dies, so ergeben sich für die Wellenleiter die Feldverteilungen aus Abbildung (1).

In allen der gezeigten Wellenleitern stehen die Amplituden des elektrischen und magnetischen Feldes senkrecht aufeinander. Die elektrischen und magnetischen Feldamplituden entlang des Leiters verschwinden nahezu vollständig. Dieser Spezialfall einer elektromagnetischen Welle wird Transversal-Elektro-Magnetische Welle genannt (kurz: TEM Welle).

Am Beispiel der Koaxialkabels soll dies nun rechnerisch belegt werden. Mit der Annahme einer Zeitabhängigkeit der elektrischen und magnetischen Felder von $e^{-i\omega t}$ führen zu einer

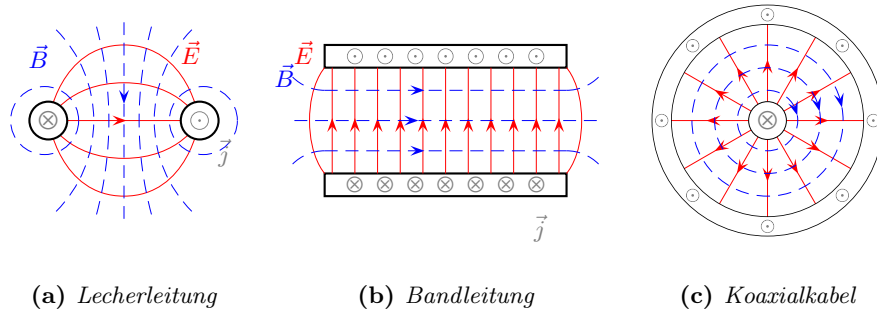


Abbildung 1: Der Feldverlauf in den verschiedenen Wellenleitern. Skizziert sind jeweils die Leiterquerschnitte als Momentaufnahme wobei die Stromdichte entlang des Leiters in bzw. aus der Zeichnung verläuft.

Vereinfachung der Wellengleichung zu

$$\left(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right) \begin{Bmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{Bmatrix} = 0$$

Aus der Erwartung einer in z -Richtung propagandierenden Welle folgt aus dem Ansatz

$$\begin{Bmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{E}_0(x, y) \\ \vec{B}_0(x, y) \end{Bmatrix} \cdot e^{ikz - i\omega t}$$

und dem Zerlegen des Laplaceoperators in einen transversalen Teil $\nabla_t^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$ und einen in z -Richtung verlaufenden Anteil:

$$\left(\nabla_t^2 + \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \right) \begin{Bmatrix} \vec{E}_0(x, y) \\ \vec{B}_0(x, y) \end{Bmatrix} = 0$$

Setzt man nun als Randbedingung an die elektrischen und magnetischen Felder, dass diese rein in der x, y -Ebene ausgerichtet sein sollen, also $B_z = E_z = 0$, so erhält man aus $\nabla \times E = \frac{i\omega}{c} B$ die Bedingungen für die TEM Wellen:

$$\nabla_t \times \vec{E} = 0 \quad \frac{\partial}{\partial z} (\vec{e}_z \times \vec{E}) = \frac{i\omega}{c} B$$

Die elektrischen und magnetischen Felder stehen also senkrecht aufeinander. Weiterhin kann aus der zweiten Gleichung nach Ausführung der Differentiation die Dispersionsrelation $k = \frac{\omega}{c}$ identifiziert werden. Da diese gilt, erhalten wir die zweidimensionale Laplace-Gleichung für das elektrische und magnetische Feld aus der vorletzten Gleichung

$$\nabla_t^2 E = 0 \quad \nabla_t^2 B = 0$$

Mit der Hilfe der Potentialgleichung kann nun über das Potential die elektrische und magnetische Feldverteilung bestimmt werden. Diese ergibt sich dann als

$$\vec{E} = \frac{A}{r} e^{-ikz - i\omega t} \vec{e}_r \quad \vec{B} = \frac{A}{cr} e^{-ikz - i\omega t} \vec{e}_\varphi$$

Das Ergebnis deckt sich mit den gemachten Überlegungen.

2.3 Leitungstheorie

Nach dem Einblick in die elektrodynamischen Hintergründe von den Leitereigenschaften sollen im Folgenden die Grundlagen der Leitungstheorie genannt und verdeutlicht werden.

2.3.1 Die Doppelleitung

Beim Anlegen eines Wechselstroms an eine homogene Doppelleitung, also einen unendlich langen Wellenleiter ohne Verluste, hat auch hier einen Stromfluss mit einer maximalen Amplitude zur Folge. Dieser fließt aufgrund der Kapazität zwischen den Leitern und wird durch die Induktivität des Leiters auf einen konstanten Wert begrenzt. Dies führt auf einen, für einen Leiter charakteristischen Wellenwiderstand Z_0 . Für homogene Leiter sind Spannung und Strom im allgemeinen in Phase, Der Wellenwiderstand ist somit eine reelle Größe. Eine endliche Doppelleitung, deren Ende mit einem ohmschen Widerstand mit dem Wert von Z_0 abgeschlossen wird, wirkt somit als homogene Doppelleitung.

Im allgemeinen kann jede Vierpolschaltung, also auch ein abgeschlossenes Leiterstück, durch eine geeignete Schaltung aus zwei gleichen Parallelwiderständen und einem Querverwiderstand ersetzt werden, ohne den Wellenwiderstand des Leitersegments zu verändern.

2.3.2 Die Leitungsgleichung

Betrachtet man nun ein kurzes Leiterstück genauer, so sind in diesem die Spannungen und Ströme in guter Näherung durch die ersten Ableitungen miteinander verknüpft. Zur genaueren Analyse müssen die einzelnen Blind- und Wirkanteile der Leitung berücksichtigt werden. Man betrachtet dazu den allgemeinen Fall einer verlustbehafteten Leitung, die neben der Induktivität des Leitungsdrahtes und der Kapazität zwischen den Leitern auch einen ohmschen Leitungswiderstand und einen endlichen Isolationswiderstand hat. Mit den spezifischen, also auf die Leitungslänge bezogenen Größen, spezifische(r) ohmscher Widerstand R' , Kapazität C' , Querableitung G' und Induktivität L' , kann man ein Ersatzschaltbild der Leitung in Form einer T-Schaltung angeben. Diese Schaltung wird in Abbildung (2) gezeigt.

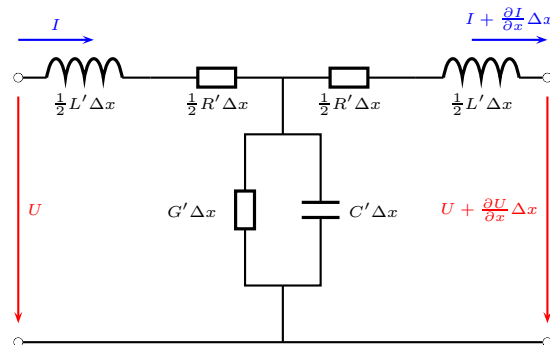


Abbildung 2: Ersatzbild einer T-Schaltung für einen Leiterabschnitt der Länge Δx mit kapazitiven und induktiven Wellenwiderständen, sowie den ohmschen Wirkwiderständen.

Der Spannungsabfall im Querzweig kann nun durch

$$\frac{\partial U}{\partial x} = R'I + L'\frac{\partial I}{\partial t} \quad (1)$$

angegeben werden. Der Stromabfall im Längszweig ergibt sich hier durch:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = G'U + C'\frac{\partial U}{\partial t} \quad (2)$$

Durch Differenzieren nach x und anschließendem Einsetzen erhält man die Leitungswellengleichung für die Spannung, die Telegraphengleichung genannt wird und eine analoge Gleichung für den Strom:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial^2 x} = R'G'U + (R'C' + G'L')\frac{\partial U}{\partial t} + L'C'\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (3)$$

Diese Gleichungen wird gelöst durch den Strom bzw. Spannungsansatz

$$U = U_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{\mp\gamma x} \quad I = I_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{\mp\gamma x} \quad (4)$$

Die Konstante γ ergibt sich als

$$\gamma = \alpha + i\beta = \sqrt{(R' + i\omega L')(G' + i\omega C')}$$

und wird Ausbreitungskonstante genannt. Sie setzt sich aus β , der Phasen- und α , der Dämpfungskonstanten zusammen. Durch Einsetzen der so gefundenen Lösungen in die Gleichungen (1) bzw. (2) und anschließendes Teilen erhält man den Leitungswellenwiderstand. Es ist

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{\frac{R' + i\omega L}{G' + i\omega C'}}$$

Im Falle keiner Verluste, also $R' = G' = 0$ vereinfacht sich der Wellenwiderstand demnach zu

$$Z = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

Hier hängt der Wellenwiderstand eines Wellenleiters nur noch von der Geometrie und der Beschaffenheit des umgebenden Dielektrikums ab. Im Falle des Koaxialkabels mit dem Innenleiterdurchmesser r_i und Aussenleiterdurchmesser r_a ergibt sich aus

$$C' = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \quad L' = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

so ein Wellenwiderstand von

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0\mu_r}{\epsilon_0\epsilon_r} \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \quad (5)$$

Analoge Überlegungen führen bei der Lecherleitung mit einer Drahtdicke r und Abstand a zu einem Wellenwiderstand von

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0\mu_r}{\epsilon_0\epsilon_r} \frac{1}{\pi} \ln\left(\frac{a}{r}\right)} \quad (6)$$

2.3.3 Signalreflexion

Am beliebig beschaffenen Ende einer homogenen Leitung mit dem Wellenwiderstand Z , wird eine in x -Richtung laufende Welle im allgemeinen teilweise reflektiert. Beliebige beschaffen soll heißen, mit dem komplexen Widerstand W abgeschlossen. W ist dann auch Verhältnis von Spannung und Strom am Ort $x=0$, dem Ende der Leitung, das durch diesen Abschlußwiderstand erzwungen wird. Keine Reflexion erhält man nur für den Fall, daß $W = Z_0$ ist. Als Ergebnis dieser Reflexion erhält man eine in x -Richtung laufende und eine ihr in negativer x -Richtung entgegenlaufende Welle. Bezeichnet man mit r den komplexen Reflexionsfaktor, der den Bruchteil der reflektierten Spannungsamplitude angibt und den Phasensprung bei der Reflexion beschreibt, so ist die lokale Spannungsamplitude die Überlagerung

$$U = U_0 e^{i\omega t} (e^{\gamma x} + e^{-\gamma x})$$

Die Stromamplitude erhalten wir damit als

$$I = \frac{U_0}{Z_0} e^{i\omega t} (e^{-\gamma x} - e^{\gamma x})$$

Hieraus folgt für den Widerstand $W = Z \frac{1+r}{1-r}$ oder aufgelöst nach r

$$r = \frac{W - Z_0}{W + Z_0} \quad (7)$$

Der Reflexionsfaktor hängt demnach nur vom Wellenwiderstand Z_0 der Leitung und dem Abschlußwiderstand W ab. Die bemerkenswerten Grenzfälle sind hierbei für $W = \infty$ eine vollständige Reflexion ohne Phasensprung, für $W = Z_0$ absolut keine Reflexion, sowie bei kurzgeschlossenem Kabelende eine vollständige Reflexion mit Phasensprung.

2.3.4 Leiterverzweigungen

Ein Problem bei der Verzweigung von Wellenleitern ist der korrekte Abschluss der Leitungen. Soll ein Signal auf zwei Leitungen aufgespaltet bzw. zwei Signale auf eine Leitung zusammengeführt werden, muss dafür gesorgt werden, dass jede Leitung für sich den korrekten Abschluss besitzt, da sonst störende Reflexionen an der Verbindung auftreten können. Diese Aufgabe übernehmen Power-Splitter. Durch den Einsatz von passiven Bauelementen kann der korrekte Abschluss aller Leitungen an Verbindung erreicht werden.

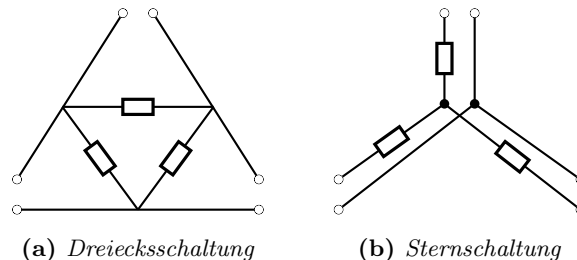


Abbildung 3: Aufbau eines Powersplitters als Stern- und Dreiecksschaltung. Die Widerstände müssen an den Wellenwiderstand des Kabels angepasst werden.

Die in Abbildung (3) gezeigten Schaltungen eignen sich zum Einsatz als Powersplitter. Beim Einsatz von $Z = 50\Omega$ -Wellenleitern müssten für die Sternschaltung Widerstände mit $R = 16.5\Omega$, bei der Dreiecksschaltung Widerstände mit $R = 150\Omega$ eingesetzt werden. Diese Werte ergeben sich aus einer einfachen Widerstandrechnung für die dargestellten Schaltungen.

3 Versuch und Auswertung

Der Hauptteil des Versuches beschäftigt sich mit der teilweise qualitativen und teilweise quantitativen Messung von dem Leitungsverhalten von Koaxialkabeln als Beispiel von Wellenleitern. Die Erzeugung kurzer Pulse mittels Koaxialkabel sowie die quantitative Messung von Impedanzen an Leitermodellen bilden den letzten Versuchsteil. Für alle Messungen wurde als Spannungs bzw. Stromquelle ein Rechtecksgenerator genutzt. Die eigentliche Messung erfolgte mit dem Oszilloskop.

3.1 Messung von Pulslaufzeiten

Im ersten Versuchsteil wurde die Impulslaufzeit eines definierten Rechteckimpulses in verschiedenen Koaxialkabeln bestimmt. Hierzu wurde der Rechtecksgenerator mittels eines T-Stücks mit einem der Messeingänge des Oszilloskops verbunden. Ein Abschlusswiderstand vor dem Messeingang verhinderte hier die unerwünschte Rückkopplung eines Signals zum Funktionsgenerator. Mit dem offenen Ende des T-Stücks wurde nun jeweils eines der Koaxialkabel verbunden. Die normalerweise unerwünschte Reflektion des Signals am offenen Kabelende diente hier dazu am Messgerät die Zeit abzulesen, die nach dem Senden des Impulses in das Koaxialkabel verstrichen war.

Längenmessung Aus der gemessenen Pulslaufzeit τ kann, wenn die Gruppengeschwindigkeit v_{gr} bzw. deren Kehrwert die Signalverzögerung d eines Signals im Kabel bekannt ist auf die vom Puls zurückgelegte Strecke und somit auf die Länge des entsprechenden Kabels geschlossen werden. Die Länge ergibt sich dann als

$$l = \frac{s}{2} = \frac{v_{gr}\tau}{2} = \frac{\tau}{2 \cdot d}$$

Nach den Angaben des Herstellers erfährt ein Signal in den genutzten Koaxialkabeln eine Signalverzögerung von $d = 5.03ns/m$. Hieraus ergeben sich für die Kabel aus den Signallaufzeiten die Längenwerte aus Tabelle (1).

Farbe	τ/ns	l/m
rot	260(20)	25.8(19)
weiß	1050(50)	104.3(49)
blau	510(20)	50.7(19)

Tabelle 1: *Signallaufzeit und Länge der schwarzen Koaxialkabel*

Die angegebenen Unsicherheiten der Messwerte sind geschätzte Abweichungen aufgrund des Ablesens am Oszilloskop bei einer Skalierung von $100ns/div$ bzw. $200ns/div$

Signalgeschwindigkeit Nahezu analog kann aus der Impulslaufzeit und der Länge des Kabels die Signalausbreitungsgeschwindigkeit, sprich die Gruppengeschwindigkeit eines Impulses im Wellenleiter bestimmt werden. Diese ergibt sich aus der Laufzeit τ und der Länge l des Kabels als

$$v_{gr} = \frac{2l}{\tau}$$

Bei der Messung am weißem Koaxialkabel wurde eine Signallaufzeit von $\tau = 800ns$ gemessen. Mit einer angegebenen Länge von $l = 100m$ ergibt sich so eine Gruppengeschwindigkeit von

$$v_{gr} = 250000 \frac{m}{s}$$

Die Signalverzögerung im weißen Kabel ist mit $d = 4ns/m$ geringer als die des vorher gemessenen schwarzen Kabels.

3.2 Abschlusswiderstände

Im nächsten Versuchsteil wurde für verschiedene Abschlusswiderstände jeweils die Amplitude des reflektierten Signals gemessen. Die Messung wurde für eines der schwarzen Koaxialkabel mit einem Wellenwiderstand von $Z = 50\Omega$ und dem weißen Fernsehkabel mit einem vermutlichen Wellenwiderstand von $Z = 100\Omega$ vorgenommen. Die gemessenen Werte sind dem Veruchsprotokoll zu entnehmen.

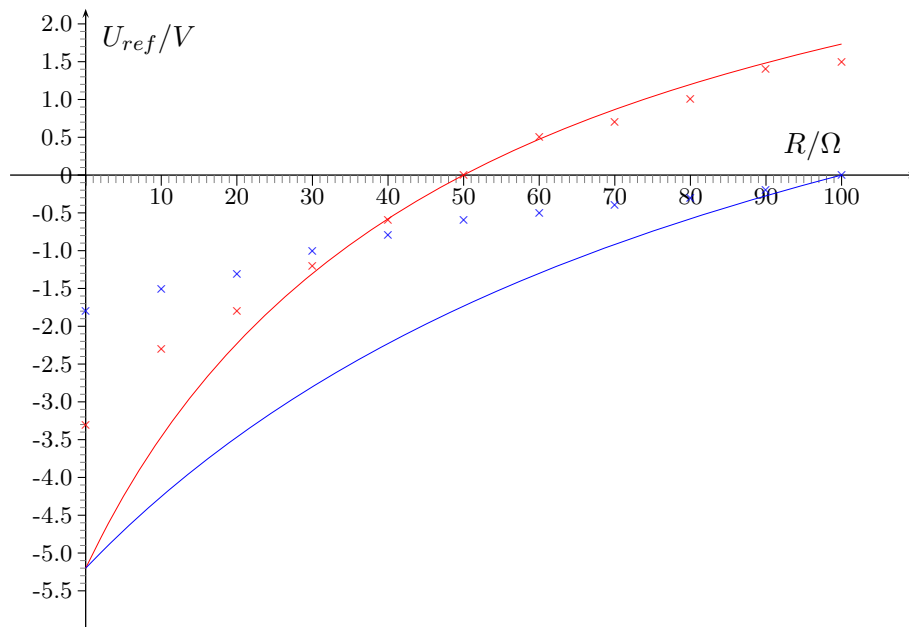


Abbildung 4: Messwerte für die Signalreflexion am variabel abgeschlossenen Ende.

Abbildung (4) stellt die gemessenen Werte graphisch dar. Die eingezeichneten Verläufe entsprechen den theoretisch mit Hilfe des Reflexionskoeffizienten und der genutzten Impulsamplitude errechneten Verlauf. Da bei der Herleitung des Reflexionskoeffizienten von einer idealen Leitung ohne Verluste ausgegangen wurde, entsprechen die errechneten Ergebnisse bei weitem nicht den gemessenen Werten.

3.3 Power-Splitter vs. T-Verbindung

Ziel dieses Versuchsteils war es die Eigenschaften von den Verzweigungsmöglichkeiten zu untersuchen. Der Power-Splitter als ein auf den Wellenwiderstand der Kabel angepasstes Bauteil wird mit der Triviallösung einer Kabelverbindung verglichen. Hierzu wurde das 25m lange Koaxialkabel entweder mit Power-Splitter oder T-Stück mit den anderen zur Verfügung stehenden Kabeln verbunden. Diese wurden entweder unterminiert belassen, terminiert oder kurzgeschlossen. Die Messungen wurden analog zu den Vorherigen mittels Rechteckgenerator und Oszilloskop vorgenommen. Im Folgenden werden die Unterschiede zwischen den Verbindungen bei gleicher Konfiguration beschrieben und verglichen.

Terminierte Kabelenden Der Signalverlauf der terminierten Kabelenden mit dem Einsatz des Power-Splitters gleicht dem des Funktionsgenerators. Wie erwartet wird hier weder am Splitter noch an den Kabelenden ein Signal reflektiert bzw. durch den Splitter insoweit gedämpft, dass nicht mehr nachweisbar wurde.

Im Falle des T-Stücks als Verbindung wurde das ursprüngliche Signal von einem reflektierten „phasenverschobenen“ Signal überlagert. Dieses war zwar auf ein Viertel des ursprünglichen Signals reduziert aber immer noch deutlich zu erkennen. Aufgrund des kurzen Auftretens nach dem initialen Signal lässt sich das Signal als eine Reflektion am T-Stück bewerten. Sonstige Signale, ausgehend von den beiden anderen angeschlossenen Kabeln waren nicht zu erkennen.

Wie erwartet stellt also das T-Stück einen Widerstandssprung im Wellenleiter dar. Hieran werden hochfrequente Signale reflektiert und überlagern das eigentliche Signal.

Offene Enden Für unterminierte Kabelenden ergibt sich für den Power-Splitter ein Signalverlauf bei dem auf den initialen Impuls zwei nicht invertierte, gedämpfte Pulse, sowie ein invertierter gedämpfter Impuls folgen. Die ersten beiden Impulse sind mit Sicherheit der Reflektion an den offenen Kabelenden zuzuordnen. Bei einer Reflektion am offenen Ende ändert sich die Amplitude des Impulses nicht. Die Herkunft des invertierten Pulses ist hierbei etwas unerwartet. Da ein Phasensprung und damit die Invertierung des Signals nur bei einer Reflektion an einer leitenden Verbindung mit einem geringern Widerstand als der Wellenwiderstand des Systems auftreten kann und die Dämpfung des Power-Splitters relativ groß ist, ist eine Reflektion nach dem Power-Splitter nahezu ausgeschlossen. Die Ursache ist hier in der elektrischen Anordnung vor dem Power-Splitter zu suchen und liegt wahrscheinlich an der Verbindung zwischen Oszilloskop, Power-Splitter und Signalgenerator. Diese waren mit einem T-Stück verbunden und bilden, da Oszilloskop und Signalgenerator jeweils eine Ausgangs- bzw. Eingangsimpedanz aufweisen, einen Widerstandssprung.

Das Signalbild mit dem T-Stück ist auch hier mit dem des Power-Splitters vergleichbar. Die schon bei der terminierten Messung festgestellte Reflektion an der Verbindung ist auch hier zu finden. Die zwei Reflektionen an den offenen Kabelenden sind auch hier deutlich zu erkennen, allerdings zeigen sich hierbei erste Verfremdungen des Ursprungssignals mit relativ flachen Spannungsflanken. Der beim Power-Splitter sichtbare dritte invertierte Impuls ist hier entweder nicht vorhanden, wird aber wahrscheinlicher von einem größeren Puls überlagert. Dieser hat aller Wahrscheinlichkeit nach den Ursprung im kürzeren der beiden angeschlossenen Kabel, da sowohl die Form als auch die Zeit vom Impuls des Generators bis zum Auftreten der ersten Reflektion und zwischen dem ersten und drit-

ten Impuls nahezu identisch war. Hierfür spricht, dass auch vom zweiten Kabel ein stark gedämpftes Signal nach doppelter Signallaufzeit des zweiten längeren Kabels zu bemerken war. Die Pulsintensität lässt aber eher auf eine Quelle vor der Verbindung schließen.

Kurzgeschlossene Enden Der Signalverlauf mit kurzgeschlossenen Kabelenden und Power-Splitter als Verbindung liefert ein erwartetes Ergebnis. Die Reflektion an den geschlossenen Enden beider Kabel sind hier invertiert vorhanden. Auch bestätigt der Signalverlauf die Hypothese einer Signalverfälschung vor dem Power-Splitter, da auch hier der dritte Impuls invertiert zu sehen war.

Der Verlauf des Signals mit T-Stück zeigt neben der erwarteten Reflektion an der Verbindung ebenfalls die an den Kabelenden reflektierten, invertierten und leicht entarteten Signale. Allerdings ist auch hier nach dem zweiten, von der längeren Leitung reflektierten Signal der nicht invertierte Impuls zu sehen. Dies und die Pulsintensität deutet darauf hin, dass dieser Puls seinen Ursprung im Rechtecksgenerator bzw. vor der Verbindung haben muss.

Zusammenfassung Die Messungen an den beiden Verbindungsarten lieferten größtenteils die erwarteten qualitativen Signalverläufe. Die Erklärung des bei der Messung am T-Stück auftretenden dritten Signals ist nach den gemessenen Verläufen in der Schaltung vor der Verbindung zu suchen.

Wie erwartet waren die Signalverläufe bei den Messungen mit dem Power-Splitter definierter gegenüber den vergleichbaren Messungen am T-Stück. Im Allgemeinen bewirkt ein Power-Splitter allerdings auch eine höhere Dämpfung eines Signals. Je nach Einsatzgebiet muss so zwischen einem durch Reflektionen überlagerten und einem stärker gedämpften Signal abgewogen werden. Für Anwendungen in denen die Dämpfung der Signale eher unerheblich ist, ist der Power-Splitter der einfachen Verbindung vorzuziehen.

3.4 Erzeugung kurzer Pulse

Durch die Entladung eines Koaxialkabels können kurze, sich wiederholende Impulse generiert werden. Zur Messung dieser Impulse wurde die Litze des nicht terminierten Koaxialkabels hochohmig mit einer Gleichspannungsquelle verbunden. Über einen Schalter kann nun die Litze und der auf Massepotential liegende Schirm des Koaxialkabels über einen regelbaren Widerstand kurzgeschlossen werden. Über dem Widerstand wird mit dem Oszilloskop die anliegende Spannung gemessen.

Mit dem Oszilloskop waren nach dem Schließen des Schalters scharfe Spannungsspitzen im Abstand mehrerer hundert Mikrosekunden zu messen. Die induktiven und kapazitiven Eigenschaften des Koaxialkabels in der Ersatzschaltung werden durch den Kurzschluss zu einer Art Schwingkreis zusammenschaltet. Dieser ist für das mehrfache Auftreten der Spannungsspitzen verantwortlich.

Die rechteckige Form der Impulse, die bei diesem Versuchsaufbau durch mehrfachreflektierte Impulse in der Leitung beim Kurzschließen der Leitungen eigentlich zu sehen sein müsste war nicht zu messen. Hierbei lag vermutlich ein Fehler im Versuchsaufbau vor und weitere Messungen wären erforderlich.

3.5 Impedanzmessungen

Die Impedanzmessung an verschiedenen Leitermodellen bildet den Abschluss der Messungen dieses Versuches. Hierzu werden in ein Wasserbad Ladungsträger eingebracht, bis der Wellenwiderstand zweier paralleler Metallplatten gerade dem Wellenwiderstand einer elektromagnetischen Welle im Vakuum, definiert durch die Wurzel aus dem Quotienten von Permeabilität μ_0 und Dielektrizitätskonstante ϵ_0 . Gemessen werden sowohl die Spannung des Pulsgenerators U_0 sowie die Spannung über dem zu messenden Widerstand. Zusätzlich ist in der Schaltung ein ohmscher Widerstand R in Reihe zu dem messenden Widerstand Z geschaltet. Aus dem Zusammenhang für Strom und Spannung im Stromkreis folgt nun für die Bestimmung von Z

$$Z = \frac{R_1 U_1}{(U_0 - U_1)}$$

Rechnerisch ergibt sich die Impedanz eines Leitermodells durch die Formeln aus Gleichung (5) wobei hier durch die elektromagnetische Anpassung des Wasserbades auf den Wellenwiderstand des Vakuums die Dielektrizität und Permeabilität des Wassers nicht berücksichtigt werden müssen. Tabelle (2) zeigt sowohl die aus den Messungen errechneten sowie die theoretisch bestimmten Werte für den Wellenwiderstand der Leitermodelle.

	Koax				Lecherleitung			
d bzw. d_i/cm	1.63	1.89	1.81	1.61	1.8	1.8	5.6	5.6
a bzw. d_a/cm	4.98	4.54	5	4.75	4.9	12.7	8.24	14
U_0/V	18	18	18	18	18	18	18	18
U_1/mV	20	32	24	32	90	140	90	130
Z_M/ω	75.6	121.1	90.7	121.1	341.7	533.0	341.7	494.6
Z_R/Ω	67.0	52.5	60.9	64.9	240,9	333,5	191,7	233,5

Tabelle 2: Der gemessene Z_M und der errechnete Z_R Wellenwiderstand der Leitungsmodelle für das Koaxialkabel und die Lecherleitung

Beim Vergleich der gemessenen und errechneten Werte fällt eine große Abweichung der Werte auf. Aufgrund dieser Abweichungen ist keine Wertung der Ergebnisse möglich. Eine erneute Messung ist erforderlich.

Allerdings ließen sich bei erneuter Messung einige Fehlerquellen ausschließen. Der eigentliche Meßaufbau macht diese Messmethode sehr ungenau. Als Widerstand R_1 wurde ein sehr hochohmiger Widerstand genutzt, so dass die auftretenden Spannungen über dem zu messenden Widerstand sehr gering waren. Ein nicht gut definierter Spannungsverlauf macht so die Messung von exakten Widerständen nahezu unmöglich. Abhilfe würde hierbei die Wahl eines kleineren Widerstand R_1 verschaffen.

Zur besseren Meßbarkeit des Signals über dem Leitermodell sollte zusätzlich die Impulsbreite erhöht werden, da bei dieser Messung die Minimal- und Maximalwerte des Signals über dem Leitermodell um bis $10mV$ Unterschiede aufwiesen.

3.6 Diskussion der Fehler

Für die qualitativen Versuchsteile ist eine Fehlerrechnung nicht möglich. Die gemessenen Phänomene decken sich allerdings gut mit den Ansätzen aus der Theorie, so dass diese als korrekt angenommen werden können.

Die quantitativen Messungen zeigen teilweise eine große Abweichung gegenüber den mit den Modellen der Theorie ermittelten Werten. Im Falle der Reflektionsmessung an verschiedenen Abschlusswiderständen müsste das Modell der Theorie um die in der Realität vorhandenen Wirkwiderstände erweitert werden.

Die Fehlerquellen in den letzten beiden Teilen des Versuchs sind, obgleich auf den sorgfältigen Versuchsaufbau geachtet wurde, vermutlich durch falsche Messungen bzw. einen fehlerhaften Versuchsaufbau entstanden. Dies könnte anhand weiterer Messungen an den Geräten entweder ausgeschlossen oder bestätigt werden.

4 Fragen

Die Beantwortungen der in der Versuchsanleitung gestellten Fragen.

- a) Warum genügt in den Schaltungen zum zweiten Versuchsteil ein T-Stück?
Ein Puls, der vom Generator auf den T-Verteiler zuläuft, wird zwar teilweise reflektiert und läuft zum Generator zurück, wird aber durch die Dämpfung am Generator vollständig absorbiert. Vom Oszilloskop läuft wegen der Dämpfung der Eingangsterminierung ebenfalls kein Signal zurück. Allein im langen Koaxialkabel kann ein Signal mehrfach reflektiert werden. Das mehrfach reflektierte Signal besitzt aber aufgrund der Verluste am offenen Ende des Kabels und am T-Stück eine minimale Amplitude. Zudem wird für die Messungen ein kurzer Rechtecksimpuls verwendet, dessen Pulsbreite geringer als die Laufzeit im Wellenleiter ist und somit die Messungen nicht stört.
- b) Was bedeutet 50Ω -Ausgang und $1M\Omega$ -Eingang an den Geräten?
Der Ausgangswiderstand ist der Widerstand dem ein Gerät zugeordnet werden kann indem der Kurzschlussstrom und die Kurzschlussspannung gemessen werden. Die Eingangsimpedanz eines Geräts beschreibt den Wellenwiderstand eines Gerätes, welches in einen Stromkreis verwendet wird. Durch die Anpassung von Ausgangs- und Eingangswiderständen wird im allgemeinen die Leistung der Schaltung maximiert, sowie im Bezug auf die Signalübermittlung Störungen durch Reflexionen vermieden.
- c) Ersatzschaltungen für Wellenleiter.
siehe Kapitel 2.3.2
- d) Form der generierten und reflektierten „Rechtecksimpulse“.
Ein Funktionsgenerator nutzt zur Erzeugung von Rechtecksimpulsen sowohl aktive als auch passive Bauteile. Die Impedanz der Bauteile begrenzt so den Strom bei einer schnellen Änderung der Spannung. Die steigende Flanke ist so meist im unteren und oberen Bereich abgerundet. Kurz vor der sinkenden Flanke ist meist ein kleiner Spannungsanstieg durch den induktiven Teil der Bauteile erkennbar.
Formal kann der Rechteckimpuls als Fourierreihe aus vielen Frequenzen zusammengesetzt werden. Da nun die Dämpfung frequenzabhängig ist, werden hohe Frequenzen stärker gedämpft. Das Wellenpaket und damit auch die Form des Rechteckimpulses zerläuft.
- e) TEM-Wellen im Koaxialkabel
siehe Kapitel 2.2.2

5 Verzeichnisse

5.1 Literaturverzeichnis

- [1] B. Runge *Versuchsanleitung zu Hochfrequenzsignalen*
- [TBP99] H.KUHLIN *Taschenbuch der Physik* Fachbuchverlag Leipzig 16.Auflage 1999
- [Dem04] W.DEMTRÖDER *Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik* Springer-Verlag 3.Auflage 2004
- [2] Verschiedene *Wikipedia - Die freie Enzyklopädie* <http://de.wikipedia.org>