

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Physikalische Grundlagen	2
2.1	Ideale Gase	2
2.2	Wärme und Energie	3
2.2.1	Die Wärmekapazität	3
2.2.2	Das Wärmeäquivalent	4
2.3	Die Entropie und der zweite Hauptsatz	4
2.4	Thermodynamische Prozesse	5
2.4.1	Zustandsänderungen	5
2.4.2	Der Carnot-Prozess	6
2.4.3	Der Stirling-Prozess	8
2.5	Wärmepumpen und Kältemaschinen	8
2.6	Der Heißluftmotor	9
3	Versuch und Auswertung	10
3.1	Wärmepumpe und Kältemaschine	11
3.2	Wärmekraftmaschine	11
3.2.1	Die mechanische Leistung	11
3.2.2	Der Wirkungsgrad	12
3.2.3	Referenzwirkungsgrad des Carnotprozesses	12
3.3	Fehlerdiskussion	12
4	Fragen	13
4.1	Literaturverzeichnis	13

Anhang A: Messprotokoll aus dem Praktikum

1 Einleitung

Im Zuge der Entwicklung von Motoren, die beliebige Energieformen in mechanische Arbeit umwandeln können, wurden auch Maschinen entwickelt, die als Energiequelle thermische Energie nutzbar machten. Neben vielen anderen Wärmekraftmaschinen wie beispielsweise der Dampfmaschine realisiert der von Robert Stirling am Anfang des 19. Jahrhunderts entwickelte Heißluftmotor die Umwandlung von thermischer Energie in mechanische Arbeit. Aufgrund der technischen Umsetzung ist der Stirling-Motor auch in der Lage mechanische Arbeit in einen Wärmefluss umzuwandeln und kann daher als Wärmepumpe oder Kältemaschine genutzt werden.

In diesem Versuch wird die Funktionsweise und der Aufbau des Heißluftmotors genauer untersucht und der Wirkungsgrad des Heißluftmotors als Wärmekraftmaschine gemessen.

2 Physikalische Grundlagen

Im Folgenden werden die zum Verständnis wichtigen physikalischen und technischen Grundlagen vorgestellt und erläutert.

2.1 Ideale Gase

Als Arbeitsmedium eines Stirling-Motors wird, wie der Name schon vermuten lässt, Luft verwendet. Obwohl die gewöhnliche Luft keineswegs als ideal betrachtet werden kann, so ist es doch zweckmäßig die thermodynamischen Vorgänge im Arbeitsmedium mit Hilfe der Theorie über ideale Gase zu beschreiben.

Der thermodynamische Zustand eines Gases kann makroskopisch durch verschiedene Zustandsgrößen beschrieben werden. Hierbei unterscheidet man intensive Zustandsgrößen, wie die Temperatur T und den Druck p , die nicht von der Größe des betrachteten Systems abhängen und die systemabhängigen extensiven Zustandsgrößen zu denen die Teilchenanzahl N bzw. Stoffmenge n in *mol*, das Volumen V , die Entropie S und die innere Energie U zu zählen sind.

Das Verhalten eines idealen Gases lässt sich mit den Zustandsgrößen durch zwei verschiedene Zustandsgleichungen modellieren. Die allgemeine Gasgleichung setzt die Zustandsgrößen Volumen, Druck, Teilchenanzahl und Temperatur in ein festes Verhältnis. Hierbei gilt:

$$p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T = n \cdot R \cdot T \quad (1)$$

wobei k_B in dieser Gleichung die Boltzmann-Konstante und R die ideale Gaskonstante bezeichnet. Die ideale Gaskonstante ergibt sich aus der Boltzmann-Konstante durch Multiplikation mit der Avogadro-Konstante N_A , die das Verhältnis von Stoffmenge und Teilchenanzahl beschreibt. Der Vollständigkeit halber seien hier die Zahlenwerte von k_B und R genannt

$$k_B \approx 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \quad R \approx 8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$$

Neben der thermischen Zustandsgleichung gilt für ein System die kalorische Zustandsgleichung. Diese besagt, dass die innere Energie U eines Systems durch

$$U = \frac{1}{2} f \cdot N \cdot k_B \cdot T \quad (2)$$

bestimmt werden kann. Der Faktor f ist hierbei durch die Anzahl der inneren Freiheitsgrade gegeben. Im Falle des idealen Gases ist $f = 3$

2.2 Wärme und Energie

Zur Beschreibung von thermodynamischen Prozessen muss eine weitere Größe eingeführt werden. Die Wärmemenge Q gibt bei einem Prozess die von einem System aufgenommene thermische Energie an. Explizit wird sie im ersten Hauptsatz der Thermodynamik genannt, der der Energieerhaltung der Mechanik entspricht und besagt, dass die Änderung der inneren Energie ΔU eines Systems durch die zugeführte Wärme ΔQ und der am System verrichteten Arbeit ΔW entspricht.

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W \quad (3)$$

Hierbei sind die Vorzeichen von ΔQ und ΔW einer gewissen Definitionsfreiheit unterlegen. Hier und im Folgenden sollen einem System zugeführte Wärme und am System verrichtete Arbeit ein positives Vorzeichen haben, da diese zu einer Erhöhung der inneren Energie führen. Entsprechend werden vom System verrichtete Arbeiten und abgeführte Wärme mit einem negativen Vorzeichen definiert.

Betrachtet man als System ein ideales Gas, so ergibt sich die vom System verrichtete Arbeit als die Arbeit, die erbracht werden muss um das Volumen gegen einen Druck zu erhöhen. Mit $\Delta W = -p \cdot \Delta V$ lässt sich der erste Hauptsatz umformulieren zu:

$$\Delta U = \Delta Q - p \cdot \Delta V$$

2.2.1 Die Wärmekapazität

Obwohl Wärme als Energieform nicht mit der Temperatur als Zustandsgröße zu verwechseln ist bewirkt die Zufuhr von Wärme in ein System eine Temperaturerhöhung, wenn vom System keine oder nur eine vom Betrag her geringe Arbeit verrichtet wird. Man definiert die Wärmekapazität c eines Systems als das Verhältnis von zugeführter Wärme und daraus resultierender Temperaturerhöhung. Die spezifische Molwärme C entspricht dabei der Wärmekapazität eines Systems mit einem Mol Teilchen.

Im Falle von gasförmigen Stoffen muss zwischen Systemen mit konstantem Druck oder konstantem Volumen unterschieden werden. Betrachtet man ein isochores System eines idealen Gases mit $n = 1 \text{ mol}$ so ergibt sich die spezifische Molwärme C_V als:

$$C_V = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{3}{2} \frac{R \cdot \Delta T}{\Delta T} = \frac{3}{2} R \quad (4)$$

Wird dem System allerdings eine Expansion gegen einen konstanten Druck gestattet, also ein isobares System betrachtet, so ergibt sich eine abweichende Molwärme C_P :

$$C_P = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U + p \cdot \Delta V}{\Delta T} = \frac{3}{2} R + \frac{R \cdot \Delta T}{\Delta T} = \frac{5}{2} R \quad (5)$$

Beiden Rechnungen liegt der erste Hauptsatz der Thermodynamik und die Zustandsgleichung eines idealen Gases aus (1) zu Grunde.

2.2.2 Das Wärmeäquivalent

Früher wurde als Maß für die Wärme oft die Kalorie als Einheit gewählt. Die Kalorie entspricht der Wärmemenge, die notwendig ist um die Temperatur von Wasser mit der Masse von $m = 1g$ bei $14.51 \text{ }^\circ C$ um ein Grad Celsius zu erhöhen. Heute wird aber für die Angabe von Wärmemengen auf die SI-Energieeinheit Joule zurückgegriffen. Hierbei gilt:

$$1J = 0.2389cal$$

Das elektrische Wärmeäquivalent bezeichnet das Verhältnis von einer von einem Bauteil abgegebenen Wärme in Kalorien und der dafür benötigten elektrischen Arbeit in Wattsekunden, die sich aus der elektrischen Leistung und der Zeit berechnen lässt. Analog dazu bezeichnet das mechanische Wärmeäquivalent das Verhältnis von Wärme und verrichteter Arbeit in $N \cdot m$. Wegen

$$1W \cdot s = 1J = 1N \cdot m$$

haben elektrisches Wärmeäquivalent $W\ddot{A}_{el}$ und mechanisches Wärmeäquivalent $W\ddot{A}_{me}$ den gleichen Zahlenwert.

$$W\ddot{A}_{el} = \frac{\Delta Q/cal}{\Delta W_{el}/Ws} = 0.2389 \frac{cal}{J} \quad W\ddot{A}_{me} = \frac{\Delta Q/cal}{\Delta W_{me}/Nm} = 0.2389 \frac{cal}{J}$$

2.3 Die Entropie und der zweite Hauptsatz

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik lässt sich aus der Alltagserfahrung relativ einfach formulieren:

Wärme fließt von selbst immer nur vom heisseren zum kälteren Körper, nie in umgekehrter Richtung. aus [Dem05]

Äquivalent zu dieser Aussage ist, dass keine Maschine zugeführte Wärme vollständig in Arbeit umwandeln kann. Eine solche Maschine wäre ein Perpetuum-Mobile zweiter Art. Ein Perpetuum-Mobile zweiter Art kombiniert mit einer ideal arbeitenden Wärmepumpe wäre in der Lage einem Temperaturspeicher die Wärme ΔQ_1 zu entziehen und in Arbeit umzuwandeln, die von der Wärmepumpe genutzt würde um dem kälteren Speicher die Wärme ΔQ_2 zu entziehen und dem wärmeren Speicher die Wärme $\Delta Q_1 + \Delta Q_2$ zuzuführen. Dies würde einen Wärmefluss entgegen dem Temperaturgefälle der Speicher bedeuten und steht somit im Widerspruch zu obiger Aussage. Es gilt demnach:

Es gibt kein Perpetuum-Mobile zweiter Art. aus [Dem05]

Auf der Suche nach einer mathematischeren Formulierung zur Charakterisierung von thermodynamischen Prozessen findet sich schnell eine passende Formulierung. Man definiert die (differentielle) Entropieänderung eines Systems bei einem Prozess als

$$\delta S = \frac{\delta Q}{T} + \frac{W_{diss}}{T} \quad (6)$$

Dabei bezeichnet W_{diss} die im System dissipierte Arbeit, also die irreversible Umwandlung von Arbeit in innere (thermische) Energie. Der zweite Hauptsatz lässt sich mit der Entropie so beschreiben:

Im thermisch abgeschlossenen System gilt $\delta S \geq 0$.

2.4 Thermodynamische Prozesse

Die Zustandsgleichungen und die Hauptsätze der Thermodynamik erlauben es nun thermodynamische Prozesse genauer zu beschreiben. Hier sollen nun einige Prozesse idealer Gase genannt werden und die Kreisprozesse der idealen Carnot-Maschine sowie die des Stirling-Prozess beschrieben werden.

2.4.1 Zustandsänderungen

Betrachtet man ein abgeschlossenes Gasvolumen, so gibt es eine Vielzahl von thermodynamischen Zustandsänderungen, die dieses System durchlaufen kann. Beschränkt man sich nun auf reversible Prozesse, also Prozesse bei denen keine Arbeit irreversibel in Energie umgesetzt wird, wie beispielsweise die Verwirbelung des Gasvolumens und die daraus resultierende Erwärmung, und auf Prozesse bei denen ein thermisches Gleichgewicht vorliegt, so können diese mathematisch relativ einfach beschrieben werden.

Isotherme Zustandsänderungen Isotherme Zustandsänderungen zeichnen sich dadurch aus, dass die Temperatur des Mediums sich während des thermischen Prozesses nicht ändert. Aus der Zustandsgleichung für ideale Gase folgt nun für den Druck und das Volumen sofort:

$$p \cdot V = \text{const} \quad \Delta T = 0 \quad (7)$$

Aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik und der kalorischen Zustandsgleichung folgt auch, dass dem System zugeführte Arbeit durch Wärme vom System abgegeben wird bzw. zugeführte Wärme in vom System verrichtete Arbeit umgesetzt wird. Hierbei gilt

$$dQ = -dW = p \cdot dV$$

Mit $p = nRT/V$ folgt für die abgegebene Wärme bei einer Volumenänderung eines einmolaren Gasvolumens von V_1 nach V_2 durch Integration

$$\Delta Q = R \cdot T \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \quad (8)$$

Isochore Zustandsänderungen Die isochore Zustandsänderung ist durch die Konstanz des Volumens bestimmt. Hier gilt, dass eine Zufuhr von Wärme die innere Energie des Systems und somit die Temperatur des Gasvolumens erhöht

$$\frac{p}{T} = \text{const} \quad \Delta V = 0 \quad (9)$$

Isentrope Zustandsänderungen Die isentrope oder adiabatische Zustandsänderung ist dadurch charakterisiert, dass bei diesem Prozess keine Wärme vom System aufgenommen bzw. abgegeben wird. Man ist nun am funktionalen Zusammenhang der Zustandsgrößen interessiert. Aus dem ersten Hauptsatz folgt nun sofort, dass die Änderung der inneren Energie durch die Volumenarbeit ausgedrückt werden kann:

$$dU = C_V \cdot dT = -p \cdot dV \quad \Rightarrow \quad C_V \frac{dT}{T} = -R \frac{dV}{V}$$

wobei zur Umformung die allgemeine Gasgleichung $p = nRT/V$ genutzt wurde und von $n = 1 \text{ mol}$ ausgegangen wird. Die Integration beider Seiten liefert:

$$\ln(T^{C_V} \cdot V^R) = C_V \ln(T) + R \ln(V) = \text{const}$$

Mit dem Wissen, dass $C_P = C_V + R$ ist kann nun dieser Zusammenhang weiter umgeformt werden. Es gilt:

$$T^{C_V} \cdot V^{C_P - C_V} = \text{const}$$

Führt man nun den Adiabatenindex $\kappa = C_P/C_V$ ein, so folgen die Adiabategleichungen, die mit $T = p \cdot V/R$ ineinander übergehen.

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const} \quad p \cdot V^\kappa = \text{const} \quad (10)$$

Für die hier betrachteten idealen Gase ist $\kappa = 5/3$. Allgemeiner lässt sich der Adiabatenindex durch die Anzahl der Freiheitsgrade eines Gases mit $\kappa = (f + 2)/f$ berechnen.

Kreisprozesse Kreisprozesse bestehen meist aus einer Vielzahl der vorgestellten Prozesse. Dabei wird nach einer endlichen Anzahl von Prozessschritten der Ausgangszustand wieder erreicht. Welche Eigenschaften ein Kreisprozess hat kann durch Betrachtung der einzelnen (Teil-)Prozesse herausgefunden werden. Eine „Integration“ über die durchlaufenen Zustände liefert die energetische Bilanz. Sind alle durchlaufenen Teil-Prozesse reversibel, so ist auch der Kreisprozess reversibel. Dies kann mathematisch durch $\Delta S = 0$ für einen durchlaufenen Zyklus ausgedrückt werden. Bei einem reversiblen Kreisprozess darf demnach keine Arbeit im System dissipieren. Alle realen Maschinen durchlaufen irreversible Kreisprozesse auch wenn der zu Grunde liegende Kreisprozess reversibel ist, da sich die Dissipation nicht vermeiden lässt.

2.4.2 Der Carnot-Prozess

Nachdem nun die einzelnen idealen Prozesse beschrieben wurden soll hier der ideale Carnot-Prozess genauer betrachtet werden. Ein Gasvolumen durchläuft beim Carnot-Prozess vier ideale reversible Teilschritte. Das p-V-Zustandsdiagramm der einzelnen Prozessanteile ist in Abbildung (1) dargestellt. Man unterscheidet zwischen den idealen Zustandsänderungen vier Zustände, die nacheinander durchlaufen werden. Auf eine isotherme Kompression mit einer Wärmeabgabe ΔQ_1 von $1 \rightarrow 2$, gefolgt von einer adiabatischen Kompression $2 \rightarrow 3$ folgt eine isotherme Expansion mit Wärmeaufnahme ΔQ_2 von $3 \rightarrow 4$. Mit einer adiabatischen Expansion $4 \rightarrow 1$ wird das System das Gasvolumen in den Ausgangszustand überführt. Technisch könnte der Carnot-Prozess durch eine geeignete Ankopplung eines Stempelvolumens an zwei Temperaturspeicher realisiert werden.

Energetische Betrachtung Zur energetischen Betrachtung des Carnot-Prozesses betrachtet man die durchlaufenen Zustandsänderung und beschreiben jeweils die vom System geleistete oder aufgenommene Arbeit. Zur Vereinfachung legt man fest, dass die Temperatur im Zustand 1 und 2 durch T_1 und im Zustand 3 und 4 durch $T_2 (> T_1)$ gegeben sei.

$1 \rightarrow 2$ Die isotherme Kompression des Gasvolumens führt dazu, dass wegen abgegebener Wärme die Arbeit W_{12} vom Gasvolumen verrichtet wird. Es gilt nach Gleichung (8):

$$-W_{12} = \Delta Q_1 = -nRT_1 \ln(V_2/V_1)$$

2 → 3 Die adiabatische Kompression des Gasvolumens führt zu einer Erhöhung der inneren Energie um ΔU welche durch die Temperaturen T_1 und T_2 einfach ausgedrückt werden können. Hier gilt:

$$W_{23} = \Delta U = U(T_2) - U(T_1)$$

3 → 4 Analog zur isothermen Kompression kann bei der isothermen Expansion die verrichtete Arbeit durch die zugeführte Wärme berechnet werden. Hier gilt:

$$W_{34} = -\Delta Q_2 = nRT_2 \ln(V_4/V_3)$$

4 → 1 Bei der adiabatischen Expansion wird die innere Energie des Gasvolumens durch geleistete Arbeit vermindert. Hierbei gilt:

$$W_{41} = -\Delta U = U(T_1) - U(T_2)$$

Die gesamte vom System verrichtete Arbeit ΔW erhalten wir nun durch Aufsummierung der verrichteten Arbeiten, wobei nur die Anteile aus dem ersten und dritten Schritt berücksichtigt werden müssen, da die adiabatischen Zustandsänderungen die Betragsmäßig gleiche Arbeit mit unterschiedlichem Vorzeichen verrichten:

$$\Delta W = W_{12} + W_{34} = RT_1 \ln(V_2/V_1) + RT_2 \ln(V_4/V_3)$$

Da die Zustandsänderungen 2 → 3 und 4 → 1 adiabatisch sind gelten hier die Adibaten-gleichungen. Diese liefern die Bedingungen:

$$T_1 \cdot V_2^{\kappa-1} = T_2 \cdot V_3^{\kappa-1} \quad T_1 \cdot V_1^{\kappa-1} = T_2 \cdot V_4^{\kappa-1}$$

Hieraus folgt durch Kombination beider Gleichungen

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = -\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Hiermit bestimmt man

$$\Delta W = nR(T_1 - T_2) \ln(V_2/V_1) < 0$$

mit Hilfe des Carnot-Prozess ist es demnach möglich einen Wärmefluss zumindest teilweise in mechanische Arbeit umzuwandeln. Das Durchlaufen des Kreisprozesses in der Reihenfolge 1 → 2 → 3 → 4 → 1 wirkt als Wärmekraftmaschine, die einen Wärmefluss nutzt um Arbeit zu verrichten.

Der Wirkungsgrad Eine Maschine die dem Carnot-Prozess zugrunde liegt entzieht einem Wärmespeicher die Wärmemenge ΔQ_1 und wandelt diese teilweise in mechanische Arbeit ΔW um. Die abgegebene Wärme ΔQ_2 geht hierbei verloren. Zur Beschreibung der Effektivität eines Kreisprozesses wird der Wirkungsgrad η genutzt. Dieser ergibt sich aus der verrichteten Arbeit im Verhältnis zur zugeführten Wärmemenge. Für den Carnot-Prozess ergibt sich so ein Wirkungsgrad von

$$\eta_C = \frac{|\Delta W|}{\Delta Q_1} = \frac{nR(T_2 - T_1) \ln(V_2/V_1)}{nRT_2 \ln(V_2/V_1)} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad (11)$$

Der Wirkungsgrad des Carnotschen Kreisprozesses ist der höchste Wirkungsgrad für periodisch arbeitende Wärmekraftmaschinen.

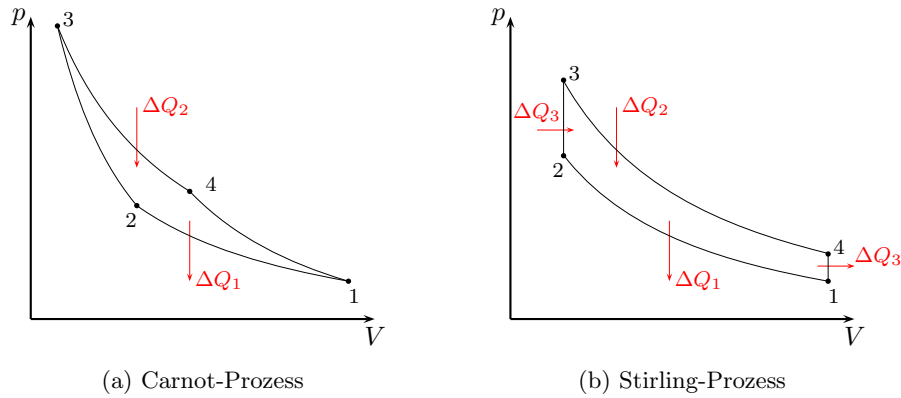


Abbildung 1: Graphische Darstellung des p - V -Zustandsdiagramms für den Carnot- und den Stirling-Prozess.

2.4.3 Der Stirling-Prozess

Einen leicht abgewandelten Carnot-Kreisprozess durchläuft der Stirlingsche Kreisprozess. Hierbei werden die adiabatischen Zustandsänderungen des Carnot-Prozesses durch isochre Erwärmung bzw. Abkühlung des Gasvolumens ersetzt. Das p - V -Zustandsdiagramm der einzelnen Prozesse ist in Abbildung (1) dargestellt.

Betrachtet man den Stirling-Prozess genauer, so fällt auf, dass wie beim Carnotschen Kreisprozess die Wärmezufuhr und -abgabe während der isothermen Kompression und Expansion geschehen. Die zum Carnot-Prozess abweichenden isochoren Zustandsänderungen leisten keine Volumenarbeit. Aufgrund der isochoren Zustandsänderungen ist klar, dass $V_2 = V_3$ und $V_1 = V_4$ gilt. Es gilt deshalb mit analoger Argumentation wie beim Carnot-Prozess:

$$\Delta W = nR(T_1 - T_2) \ln(V_2/V_1)$$

Allerdings muss bei der isochoren Zustandsänderung eine Wärmemenge ΔQ_3 dem angekoppelten Temperaturspeicher entnommen bzw. zugeführt werden. Für die Wärmemenge ΔQ_3 gilt:

$$\Delta Q_3 = \Delta U = nC_v \Delta T$$

Der Wirkungsgrad des Stirlingprozesses liegt somit unter dem des Carnot-Prozesses. Es ist

$$\eta_S = \frac{|\Delta W|}{\Delta Q_1 + \Delta Q_3} = \frac{R(T_2 - T_1) \ln(V_2/V_1)}{nRT_2 \ln(V_2/V_1) + nC_v(T_2 - T_1)} \quad (12)$$

Wäre es möglich die Wärme ΔQ_3 im System zu speichern so könnte der Wirkungsgrad erhöht werden.

2.5 Wärmepumpen und Kältemaschinen

Sowohl der Carnotsche als auch der Stirlingsche Kreisprozess stellen reversible Prozesse dar. Beide können demnach in umgekehrter Reihenfolge durchlaufen werden. Beim umgekehrten Durchlaufen des Kreisprozesses ändert sich bis auf die Vorzeichen der geleisteten Arbeiten und aufgenommenen Wärmemengen nichts an der Betrachtung. Eine Maschine, die den Carnot- bzw. Stirling-Prozess in umgekehrter Reihenfolge durchläuft kann so aufgrund der an ihr verrichteten Arbeit ΔW einem Körper die Wärme ΔQ_2 entziehen und

einem anderen Körper die Wärme ΔQ_1 zuführen.

Beide Kreisprozesse wirken beim umgekehrten Durchlaufen für den Körper, dem Wärme entzogen wird als Kältemaschine, da hier die Temperatur des Körpers vermindert wird, und für den Körper, dem Wärme zugeführt wird als Wärmepumpe. Eine Wärmepumpe und eine Kältemaschine bezeichnen also ein und dieselbe Maschine aus unterschiedlicher Sichtweise.

2.6 Der Heißluftmotor

Der Heißluftmotor nach Stirling nutzt den Stirling-Kreisprozess um aus einer Temperaturdifferenz zwischen zwei Temperaturspeichern mechanische Arbeit aus dem Wärmefluss vom heißeren Speicher zum kühleren Speicher zu gewinnen. Nachdem die thermodynamischen Eigenschaften des Stirling-Prozesses genannt wurden, soll hier auf die technische Umsetzung eingegangen werden.

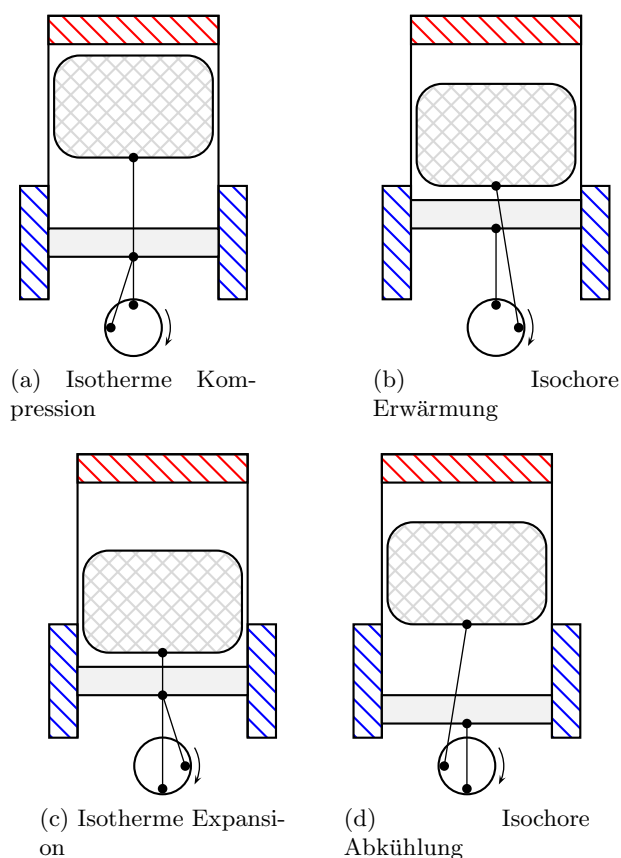


Abbildung 2: Schematische Darstellung der vier Zustandsänderungen des Stirling-Prozesses in einem Stirling-Motor. Dargestellt sind die Temperaturspeicher, der Verdrängerkolben und der Arbeitskolben während der verschiedenen Prozesse.

Abbildung (2) stellt sowohl den Aufbau des verwendeten Heißluftmotors, sowie die Realisierung der Ankopplung des Gasvolumens an die zwei Wärmebäder dar. Der Stirling-Motor besteht im wesentlichen aus einem Hohlzylinder in dem sich zwei Kolben bewegen

können. Einer der Kolben dichtet den Zylinder ab. Da das eingeschlossene Gasvolumen an diesem Kolben die Volumenarbeit verrichtet, wird dieser auch als Arbeitskolben bezeichnet. Die thermische Ankopplung des Gasvolumens wird durch den Verdrängerkolben realisiert. Dieser drängt das Gas entweder zum wärmeren oder kälteren Temperaturspeicher. Der Verdrängerkolben wirkt zusätzlich als Wärmespeicher um die nicht nutzbare Wärme während der isochoren Zustandänderungen teilweise zu kompensieren.

Der Arbeitszyklus des Heißluftmotors ist durch die vier Zustandsänderungen bestimmt. Hier muss zusätzlich nach der Betriebsart des Heißluftmotors als Wärmekraftmaschine oder Kältemaschine (oder Wärmepumpe) unterschieden werden. Beim Betrieb als Kältemaschine entscheidet der Drehsinn des Schwungrades über die Richtung des Wärmeflusses. Ein Drehsinn wie beim Betrieb als Wärmekraftmaschine verursacht einen Wärmefluss der dem der Wärmekraftmaschine entspricht. Die Prozesse während der vier Takte sind im Folgenden aufgeführt. Die Kennzeichnung entspricht der Stellung der Kolben aus Abbildung (2). Die Bezeichnung der Übergänge beziehen sich auf die Kennzeichnungen im p-V-Diagramm aus Abbildung (1)

- a) Während der isothermen Kompression gibt das Gasvolumen Wärme an den Temperaturspeicher ab. Der seitliche Temperaturspeicher wird so erwärmt. Dies entspricht dem Übergang $1 \rightarrow 2$ beim Betrieb als Wärmekraftmaschine(WKM) und $2 \rightarrow 1$ beim Betrieb als Kältemaschine(KM).
- b) Bei der isochoren Erwärmung wird dem oberen Temperaturspeicher und dem warmen Verdrängerkolben Wärme entzogen. Das Gasvolumen wird dadurch erwärmt, während der obere Temperaturspeicher und der Verdrängerkolben abgekühlt werden. Dies entspricht $2 \rightarrow 3$ als WKM bzw. $1 \rightarrow 4$ als KM.
- c) Die darauf folgende isotherme Expansion des Gasvolumens hat zur Folge, dass Gasvolumen Wärme des oberen Temperaturspeichers aufnehmen kann. Der obere Temperaturspeicher wird abgekühlt. Dies entspricht $3 \rightarrow 4$ als WKM bzw. $4 \rightarrow 3$ als KM.
- d) Während der isochoren Abkühlung des Gasvolumens wird einerseits dem unteren Temperaturspeicher und andererseits dem Verdrängerkolben Wärme zugeführt. Beide erfahren eine Erwärmung. Dies entspricht $4 \rightarrow 1$ als WKM bzw. $3 \rightarrow 2$ als KM.

Der Phasenversatz der Zyklen von Verdränger- und Arbeitskolben von 90° ermöglicht, dass der Stirlingmotor mit einem Antrieb entgegen des aufgezeigten Zyklus dem oberen Temperaturspeicher Wärme zuführt, die dem seitlichen Temperaturspeicher entnommen wurde. Ein Betrieb mit gegenläufigem Drehsinn des Motors als Wärmekraftmaschine ist nur möglich, wenn die Temperatur des seitlichen Temperaturspeichers geringer als die des oberen ist.

3 Versuch und Auswertung

Als Versuch wurden Messungen an einem Stirling-Motor vorgenommen. Hierbei wurde in einer rein qualitativen Messung der Betrieb des Heißluftmotors als Wärmepumpe und als Kältemaschine demonstriert. In einem zweiten Versuchsteil wurde der Wirkungsgrad des Heißluftmotors als Wärmekraftmaschine experimentell bestimmt.

3.1 Wärmepumpe und Kältemaschine

Die qualitative Untersuchung des Heißluftmotors im Betrieb als Wärmepumpe bzw. Kältemaschine lieferte die erwarteten Ergebnisse. Mit Hilfe des durch einen Elektromotor angetriebenen Stirling-Motors konnte ca. $1ml$ Wasser innerhalb von $6min$ von Zimmertemperatur auf den Gefrierpunkt abgekühlt werden. Mit der anschließenden Umkehrung des Drehsinns des antreibenden Motors wurde die Probe innerhalb von $10min$ auf eine Temperatur von $T \approx 48^\circ C$ erwärmt.

3.2 Wärmekraftmaschine

Für den Betrieb als Wärmekraftmaschine wurde die eingebrachte Probe durch eine elektrische Glühwendel ersetzt. Die Glühwendel wird in Abbildung (2) durch den oberen Temperaturspeicher repräsentiert. Der seitliche Temperaturspeicher bzw. die Kühlung des Heißlaufmotors wurde durch einen kontinuierlichen Fluss von Leitungswasser realisiert. Nach einer gewissen Einlaufzeit mit konstanter Energiezufuhr durch die Glühwendel stellte sich eine Leerlauf-Umdrehungszahl ein. Diese wurde mit einem mechanischen Drehzahlmesser bestimmt. Es wurden verschiedene Messungen vorgenommen. Als Mittelwert der Messungen ergab sich eine Leerlauffrequenz f_0 mit einer Standardabweichung von

$$f_0 = 272 \frac{1}{min} \quad \sigma_{f_0} = 2.7 \frac{1}{min}$$

3.2.1 Die mechanische Leistung

Zur Bestimmung der mechanischen Leistung des Motors wurde nun die Drehzahl des Motors durch Reibung mit einem Metallband verringert. Die Nutzung von zwei Kraftmessern erlaubt es nun die Reibungskraft die zur Verlangsamung der Motorenbewegung nötig ist als Differenz der abgelesenen Kräfte zu berechnen. Die mechanische Leistung des Motors ergibt sich dann aus der eingestellten Frequenz, der gemessenen Kraft und dem Radius des Metallnarbe um die das Kupferband gelegt wurde. Es ist:

$$P_m = \omega \cdot \Delta F \cdot r$$

Die Kreisfrequenz ω kann aus der gemessenen reduzierten Drehzahl ermittelt werden. Mit den gemessenen Werten von

$$\Delta F = 5.4(4)N \quad r = 2.5(1)cm \quad f = 135(5) \frac{1}{min}$$

ergibt sich so eine mechanische Leistung von

$$P = 1.90(16)W$$

Der angegebene Fehler entsteht durch Fehlerfortpflanzung und der Annahme einer Messungenauigkeit von $\delta_F = 0.2N$ für die Messung mit den Federwaagen, einer Unsicherheit $\delta_r = 0.1cm$ und der Varianz der gemessenen Umdrehungszahlen.

3.2.2 Der Wirkungsgrad

Für die Auswertung des Versuchs sind wir nun am Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschine interessiert. Während des Versuchs wurde die elektrische Leistung der Glühwendel ebenfalls bestimmt. Für diese ergab sich ein Wert von

$$P_e l = 220(5)W$$

wobei der Ablesefehler wieder der Schätzung aufgrund der Skaleneinteilung unterliegt. Für die Umwandlung der elektrischen Leistung in mechanische erhält man nun aus den gemessenen und errechneten Werten den Wirkungsgrad:

$$\eta = 0.86(7)\%$$

3.2.3 Referenzwirkungsgrad des Carnotprozesses

Mit Hilfe der Temperaturen der Glühwendel und des Kühlwassers kann der theoretische Wirkungsgrad einer Carnot-Maschine errechnet werden. Im Versuch wurde hierzu die Wassertemperatur des Kühlwassers mittels Thermometer und die Temperatur der Glühwendel mittels Pyrometer mehrfach bestimmt. Als Mittelwerte der gemessenen Temperaturen ergaben sich:

$$T_1 = 21.8(1)^\circ C \hat{=} 294.7(1)K \quad T_2 = 941(8)^\circ C \hat{=} 1214(8)K$$

Aus diesen Werten ergibt sich der Wirkungsgrad für eine Carnotmaschine als:

$$\eta_c = 75.7(8)\%$$

Der gemessene Wirkungsgrad ist in diesem Fall viel geringer als der theoretisch Bestimmte. Die große Diskrepanz der Werte hat viele verschiedene Ursachen. Zum einen beschreibt der gemessene Wirkungsgrad das System aus Glühwendel und Heißluftmotor. Der Wirkungsgrad des Heißluftmotors ist wie bereits gezeigt geringer als der des Carnot-Prozesses da eine vollständige Wärmespeicherung durch den Verdrängerkolben nicht möglich ist. Zudem wurde auf jegliche Wärmedämmung am verwendeten Motor verzichtet, so dass Wärme mit der Umgebung leicht ausgetauscht werden kann. Einen weiteren Faktor stellt die nur unzureichende Wärmekopplung an den Temperaturspeicher bzw. die Kühlung des Systems dar. Auf eine Überprüfung des Systems auf eventuelle Möglichkeiten für einen Gasaustausch mit der Umgebung wurde verzichtet und ist deshalb nicht ausgeschlossen. Ein Blick auf das angefertigte p-V-Diagramm im Anhang zeigt, dass das Gasvolumen im inneren nur unzureichend einen Stirlingprozess durchläuft. Die Tendenz ist hierauf zwar zu erkennen, führt aber nicht auf den theoretisch ermittelten Wirkungsgrad.

3.3 Fehlerdiskussion

Obwohl eine ausführliche Fehlerrechnung bei diesem Versuch nicht möglich ist, so sollen doch einige Gründe für eventuelle Fehler in den Meßwerten genannt werden obwohl diese Aufgrund fehlender Referenzen nicht nachzuweisen sind.

Beim Betrieb des Heißluftmotors als Wärmepumpe und Kältemaschine wurde auf eine quantitativ exakte Messung verzichtet, so dass keine Meßfehler gemacht werden konnten. Die Tatsache, dass eine Temperaturveränderung der Probe wahrzunehmen war bestätigt die Korrektheit der Versuchsanordnung in diesem Fall.

Für die quantitativen Messungen zur Wärmekraftmaschine existieren keine bekannten Referenzwerte, so dass von der Korrektheit der Messung ausgegangen werden kann. Auf die große Diskrepanz des ermittelten Wirkungsgrad zum errechneten wurde bereits eingegangen. Um qualitative Messungen besser zu bewerten könnten Vergleichsmessungen am System weiterhelfen. Beispielsweise könnte die mechanische Leistung sowohl über die mechanische Verlangsamung des Prozesses als auch über aufgezeichnete normierte p-V-Diagramme erfolgen.

Alles in allem lieferte die Untersuchung des Heißluftmotors die erwarteten Ergebnisse.

4 Fragen

Die Beantwortung der in der Versuchsbeschreibung gestellten Fragen:

1. Welche Faktoren begrenzen die Leistungsmessung mittels p-V-Diagramm?
Die Messung der umgesetzten mechanischen Arbeit mittels p-V-Diagramm liefert zwar einen Energiewert für die vom Motor erbrachte Arbeit, dieser ist aber wahrscheinlich höher als die tatsächliche verfügbare Arbeit des Motors. Mechanische Reibungsverluste werden im p-V-Diagramm nicht dargestellt.
2. Heißluftmotor als Wärmepumpe und Kältemaschine.
siehe 2.6
3. Perpetuum-Mobile 2.ter Art.
siehe 2.3

4.1 Literaturverzeichnis

- [1] B. Pompe *Versuchsanleitung zum Heißluftmotor*
- [2] Leybold-Heraeus *Gebrauchsanweisung zum Heißluftmotor mit pV-Indikator*
- [3] Verschiedene *Wikipedia - Die freie Enzyklopädie* <http://de.wikipedia.org>
- [Dem05] W.DEMTRÖDER *Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme* Springer 4.Auflage 2005