

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Eigenschaften von Licht . . . . .	2
2.2	Polarisation . . . . .	2
2.2.1	Herstellung von polarisiertem Licht . . . . .	3
2.2.2	Superposition von polarisiertem Licht . . . . .	3
2.2.3	Polarisationsmessung und Drehung . . . . .	3
2.3	Licht in Materie . . . . .	4
2.4	Reflexion und Brechung . . . . .	4
2.5	Fresnelsche Formeln . . . . .	5
2.5.1	Mathematische Herleitung . . . . .	5
2.5.2	Bedeutung der Fresnelschen Formeln . . . . .	7
2.5.3	Brewster-Winkel . . . . .	8
2.5.4	Polarisationsdrehung durch Reflexion . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Versuchsdurchführung und Auswertung</b>	<b>9</b>
3.1	Versuchsaufbau . . . . .	9
3.2	Messung der Drehung . . . . .	10
3.3	Bestimmung des Brewster-Winkels . . . . .	11
3.4	Auswertung der Ergebnisse . . . . .	11
3.5	Fehlerdiskussion . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Fragen</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>14</b>

## Anhang A: Messprotokoll aus dem Praktikum

# 1 Einleitung

Die Optik als Teilgebiet der Physik beschreibt das Verhalten von sichtbarem Licht in Wechselwirkung mit verschiedenen Stoffen. Grundlage der Optik ist das Verhalten von elektrischen und magnetischen Feldern in Materie oder an Grenzflächen, welche mit der Optik durch Modellisierung einfacher zu beschreiben sind. Trifft eine elektromagnetische Welle auf eine Grenzschicht, so wird ein Teil der Welle reflektiert und der andere Teil transmittiert. Die Fresnelschen Formeln beschreiben nun die Reflexion und Transmission von elektromagnetischen Wellen an einer ebenen Grenzschicht. Ziel des Versuchs ist die experimentelle Bestätigung der Fresnelschen Formeln für einen Spezialfall sowie die Bestimmung des Brewster-Winkels.

## 2 Physikalische Grundlagen

Im Folgenden sollen die für den Versuch wichtigen physikalischen Grundlagen genannt und erläutert werden.

### 2.1 Eigenschaften von Licht

Licht und dessen Charakter als elektromagnetische Welle wird in der Optik auf die zur Beschreibung von optischen Fragestellungen nötigen Gesetzmäßigkeiten reduziert, da die Gesetze der Elektrodynamik meist einen zu umfangreichen Ansatz bedeuten. Elektromagnetische Wellen sind zeitlich und räumlich veränderliche elektrische und magnetische Felder. Eine Lösung der Wellengleichung für elektromagnetische Wellen ist durch das Modell einer ebenen monochromatischen Welle gegeben. Hierbei sind die Schwingungsamplituden des elektrischen bzw. des magnetischen Feldes senkrecht zueinander und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Eine Schar solcher Wellen wird in der Optik als ein Lichtstrahl beschrieben.

### 2.2 Polarisation

Eine wichtige Eigenschaft des Lichts, nämlich die Schwingungsrichtung des elektrischen Feldes, wird in die Optik als Polarisation einer Lichtwelle übernommen. Aus der Richtung der elektrischen Amplitude und der Ausbreitungsrichtung lässt sich die Richtung der Amplitude des magnetischen Feldes bestimmen. Ein Lichtstrahl, besser gesagt ein Strahlenbündel, wird als polarisiert bezeichnet, wenn die Polarisation der einzelnen Wellen parallel zueinander sind.

Grundsätzlich gibt es verschiedene Arten von polarisiertem Licht. Bei einer linear polarisierten Lichtwelle zeigt der Amplitudenvektor des elektrischen Feldes immer in eine bestimmte Richtung und ändert seine Größe nicht. Als wichtiger Spezialfall ist auch die zirkuläre Polarisation von Licht zu betrachten. Dabei bleibt die Größe des elektrischen Feldvektors konstant, verändert aber mit konstanter Winkelgeschwindigkeit beim Voranschreiten der Welle seine Richtung. Analog zum zirkulär polarisierten Licht verändert sich die Richtung des Amplitudenvektors bei elliptisch polarisierten Wellen. Zusätzlich ändert sich hier periodisch der Betrag des Amplitudenvektors. Für diesen Versuch ist allerdings nur linear polarisiertes Licht wichtig.

### 2.2.1 Herstellung von polarisiertem Licht

Es gibt verschiedene Möglichkeiten polarisiertes Licht herzustellen. Bei vielen Polarisatoren wird die Polarisation durch Doppelbrechung in anisotropen Kristallen oder durch dichroitischen Absorption erreicht. Wie später noch erklärt wird, eignet sich auch die Reflexion an einem Medium zur Erzeugung von polarisiertem Licht.

Für die Polarisation von Licht mit großer Intensität eignet sich die Doppelbrechung am besten. Die Doppelbrechung bezeichnet ein Phänomen, bei dem ein Medium für Licht unterschiedlicher Polarisation eine unterschiedliche Brechzahl aufweist. Dabei wird ein Lichtstrahl in einen ordentlichen Strahl, dessen Polarisation dann senkrecht zur optischen Achse des Materials steht, und einen außerordentlichen Strahl, der dann parallel zur optischen Achse polarisiert ist, zerlegt.

Bei der dichroitischen Absorption werden die verschiedenen Polarisationsrichtungen einer unpolarisierten einfallenden Welle unterschiedlich stark durch längliche oder optisch anisotrope Strukturen absorbiert. Die Polarisation des so erzeugten linear polarisierten Lichts entspricht dann der Richtung in der die geringste Absorption stattgefunden hat.

Die häufig verwendeten Polarisationsfolien bestehen aus Kunststoffen, in denen dichroische Kristalle eingelagert sind, die zur Polarisation führen. Diese Kristalle lassen Licht nur in einer Polarisationsrichtung passieren und absorbieren die andere Polarisationsrichtung schon bei dünnen Lagen fast vollständig.

Die einfachsten Polarisationsfilter basieren auf einer gestreckten Polymerfolie. Durch das Strecken der Folie werden die Polymere ausgerichtet. Zusätzlich wird Jod eingelagert. Dieses Jod liefert Leitungselektronen, die sich längs der Ketten, jedoch nicht senkrecht zu diesen bewegen können. Dadurch entstehen leitende „Drähte“ längs der Molekülketten. Trifft nun Licht auf die Folie, so absorbieren die Drähte den Anteil, dessen Polarisation parallel zu den „Drähten“ ist, während die Komponente, mit senkrechter Polarisation ungehindert passieren kann.

### 2.2.2 Superposition von polarisiertem Licht

Auch für die Polarisation gilt das Superpositionsgesetz. Jede polarisierte Welle kann so als Überlagerung von zwei anderen polarisierten Wellen angesehen werden. Wichtig wird die Überlagerung zweier senkrecht zueinander linear polarisierter Wellen zur Herleitung der Fresnelschen Formeln. Im diesem Fall ist Phasenversatz der überlagerten Wellen für die Art der Polarisation der resultierenden Welle entscheidend. Haben die überlagerten Wellen einen Phasenversatz von Null oder einem ganzzahligen Vielfachen von  $\pi$ , so ist die resultierende Welle ebenfalls linear polarisiert während bei einem Phasenversatz von einem ungeraden Vielfachen von  $\pi/2$  die resultierende Welle zirkular polarisiert ist. Jeder andere Phasenversatz führt zu einer elliptisch polarisierten Welle. Nicht polarisiertes Licht kann nicht durch die Überlagerung von endlich vielen polarisierten Wellen hergestellt werden.

### 2.2.3 Polarisationsmessung und Drehung

Nach einem Polarisationsfilter haben alle Lichtwellen eine gewisse, von der Stellung des Polarisationsfilters abhängige Polarisationsrichtung. Stellt man nun zwei Polarisationsfilter hintereinander, so kann ein vom Winkel der Polarisations Ebenen der Filter abhängige Intensitätsabschwächung beobachtet werden. Ändert man den Winkel der Polarisations Ebenen zueinander, verändert sich ebenfalls die Intensität des transmittierten Lichts bis

dahin, dass bei einer Stellung von  $90^\circ$  kein Licht mehr wahrzunehmen ist. In einer Anordnung aus zwei Polarisationsfiltern wird der erste der Filter im Lichtweg meist als Polarisator, der letzte als Analysator bezeichnet.

Eine Drehung der Polarisations Ebenen kann durch verschiedene Phänomene erreicht werden. Beispielsweise ist der Einsatz eines  $\lambda/2$ -Plättchens dafür geeignet. Hierbei handelt es sich um einen doppelbrechenden Stoff in dem eine senkrecht zur optischen Achse des Plättchens polarisierten Welle gegenüber der parallel polarisierten einen Phasenversatz von  $\pi$  durch unterschiedliche Laufzeiten erfährt. In der Natur gibt es chirale Moleküle, die ebenfalls in der Lage sind polarisiertes Licht zu drehen. Auch die Reflexion an einer dielektrischen Grenzfläche kann eine Drehung des Lichts bewirken.

### 2.3 Licht in Materie

Das Verhalten von elektromagnetischen Feldern wird durch Materialgleichungen beschrieben. Diese führen je nach Modell zu einer komplexen Beschreibung des Verhaltens der elektromagnetischen Wellen, die für eine Beschreibung der optischen Vorgänge zu kompliziert werden. Im idealen Dielektrikum lässt sich das Verhalten einer ebenen monochromatischen Welle durch das Lorentz-Modell beschreiben, das die Vorgänge als Anregung gedämpfter Oszillatoren beschreibt. So lässt sich die Welle im Medium als Überlagerung von einer Welle gleicher Frequenz im Vakuum und von den Oszillatoren ausgesandten Wellen beschreiben. Dies führt zur Definition einer Materialeigenschaft, die das Verhalten von elektromagnetischen Wellen im Dielektrikum beschreibt, der Brechzahl  $n$ . Die Brechzahl ist im allgemeinen eine komplexwertige Zahl, dessen Imaginärteil die Absorption einer elektromagnetischen Welle und der Realteil die Dispersion beschreibt. Bei durchsichtigen Medien ist die Absorption allerdings so gering, dass der Imaginärteil vernachlässigt werden kann. Eine Elektromagnetische Welle hat im durchsichtigem isotropen Medium mit der Brechzahl  $n' \approx \Re(n)$  eine Phasengeschwindigkeit von  $c = c_0/n'$  und eine Wellenlänge von  $\lambda = \lambda_0/n'$ , wobei  $c_0$  bzw.  $\lambda_0$  die Lichtgeschwindigkeit bzw Wellenlänge im Vakuum darstellen. Dies führt zur Beziehung zwischen Brechzahl  $n'$ , relativer Permeabilität und relativer Dielektrizitätskonstante von

$$n' = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu}$$

In den betrachteten Stoffen ist die relative Permeabilität  $\mu \approx 1$ , so dass diese im Folgenden vernachlässigt werden soll. Im Allgemeinen ist die relative Dielektrizitätskonstante abhängig von der Frequenz der anregenden Welle, so dass auch die Brechzahl  $n'$  Frequenzabhängig ist. In anisotropen Medien kann die Brechzahl weiter noch von der Polarisation und der Fortpflanzungsrichtung der Welle abhängen.

Die Brechzahl von Vakuum ergibt sich aufgrund der Abwesenheit von Materie als  $n = 1$ . Jedes beliebige Medium besitzt eine größere Brechzahl als Vakuum. Aufgrund der verlangsamen Eigenschaft der Brechzahl in Medien wird diese auch als optische Dichte bezeichnet.

### 2.4 Reflexion und Brechung

Trifft eine ebene monochromatische Welle auf eine Grenzschicht zwischen zwei Medien mit unterschiedlicher Brechzahl  $n_1$  und  $n_2$ , so lässt sich das Verhalten aus den Maxwellgleichungen bestimmen. Der Ansatz einer Überlagerung von einer initialen Welle, einer an

der Oberfläche reflektierten und einer transmittierten Welle führt so zu einer nichttrivialen Lösung, wenn von einer Konstanz der Frequenz ausgegangen wird. Diese führt zum Snelliusschen Brechungsgesetz:

Einfallswinkel  $\alpha$  und Reflexionswinkel  $\alpha'$  sind gleich. Zwischen Einfallswinkel  $\alpha$  und dem Winkel  $\beta$  der transmittierten Welle besteht die Beziehung

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1)$$

wobei die Winkel immer zwischen dem Lot der Oberfläche und dem Wellenvektor  $\vec{k}$  aufgetragen werden. Eine zusätzliche Aussage über die reflektierten und transmittierten Wellen besteht darin, dass die reflektierte und transmittierte Welle in einer Ebene, aufgespannt durch den Wellenvektor des einfallenden Strahls und der Flächensenkrechten, liegen. Diese Ebene wird als Einfallsebene bezeichnet.

Beim Übergang von einem optisch dichteren Medium, also  $n_1 > n_2$  fällt auf, dass das ab einem bestimmten Einfallswinkel  $\alpha_0 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$  keine Lösungen mehr für den Winkel  $\beta$  liefern kann. Hier kommt es zur Totalreflektion.

## 2.5 Fresnelsche Formeln

Mit dem Snellius'schen Brechungsgesetz lässt sich der Übergang von elektromagnetischen Wellen zwischen Medien mit unterschiedlicher Brechzahl bezogen auf die Ausbreitungsrichtung beschreiben. Eine quantitative Aussage ist mit den Fresnelschen Formeln möglich. Dabei lassen sich Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für den Übergang zwischen den Medien bestimmen. Da das Verhalten von (ebenen, monochromatischen) elektromagnetischen Wellen an Grenzflächen polarisationsabhängig ist, müssen zunächst zwei Sonderfälle betrachtet werden. Alle anderen Fälle lassen sich dann, aufgrund der ungestörten Superposition, auf diese zurückführen.

### 2.5.1 Mathematische Herleitung

Betrachtet man eine parallel zur Einfallsebene polarisierte Welle (Zeichen: ||) und wählt ein Koordinatensystem, in dem der Übergang zwischen den Medien bei  $z = 0$  liegt (mit  $n_1$  für  $z < 0$  und  $n_2$  für  $z > 0$ ), sowie  $xz$ -Ebene durch die Einfallsebene gegeben wird (siehe Abb. (1)), so wird die initiale Welle durch den Ansatz

$$\vec{E}_I(\vec{r}, t) = \begin{pmatrix} E_I^x \\ 0 \\ E_I^z \end{pmatrix} \exp(i\omega t - ik_1^x x - k_1^z z) \quad (2)$$

beschrieben. Hierbei gilt die Dispersionsrelation

$$k_1 = \frac{\omega}{c_1} = \frac{\omega}{c_0} n_1 \quad k_1^z = \sin(\alpha) k_1 \quad k_1^x = \cos(\alpha) k_1 \quad (3)$$

Für die elektrischen Felder bei  $z < 0$  ergibt sich dann der Ansatz

$$\vec{E} = \frac{c}{\omega} \exp(i\omega t - ik_1^x x) \left[ E_I \begin{pmatrix} k_1^x \\ 0 \\ -k_1^z \end{pmatrix} \exp(-ik_1^z z) + E_R \begin{pmatrix} k_1^x \\ 0 \\ k_1^z \end{pmatrix} \exp(ik_1^z z) \right] \quad (4)$$

Mit der Relation  $\vec{B} = \frac{1}{\omega} \vec{k} \times \vec{E}$  folgt dann der Ansatz für das magnetische Feld

$$\vec{B} = \frac{n_1}{c} \exp(i\omega t - ik_1^x x) \left[ E_I \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(-ik_1^z z) + E_R \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(ik_1^z z) \right] \quad (5)$$

Für  $z > 0$  ist nur die transmittierte Welle für ein Feld ausschlaggebend

$$\vec{E} = \frac{c}{\omega} E_T \begin{pmatrix} k_2^x \\ 0 \\ k_2^z \end{pmatrix} \exp(i\omega t - ik_2^x x - ik_2^z z) \quad (6)$$

und analog zu oben das magnetische Feld

$$\vec{B} = \frac{n_2}{c} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(i\omega t - ik_2^x x - ik_2^z z) \quad (7)$$

Für den Übergang zwischen den Medien müssen ohne Anwesenheit von zusätzlichen (Oberflächen)Ladungen und Strömen und mit der Permeabilität  $\mu_1 \approx \mu_2$  die Stetigkeitsbedingungen für die Felder gelten:

- Die Normalkomponente des  $B$ -Feldes muss an der Grenzfläche stetig sein. Beide Feldansätze haben keine Normalkomponenten, so dass diese Bedingung immer erfüllt wird.
- Die Tangentialkomponente des elektrischen Feldes muss an der Grenzfläche stetig sein. Da die Tangentialkomponenten gerade durch die  $x$ -Komponenten des elektrischen Feldes gegeben sind und mit  $c = \frac{c_0}{n}$ , ist also

$$\frac{k_1^x}{n_1} (E_I + E_R) \frac{c_1}{\omega} (E_I k_1^x + E_R k_1^x) = \frac{c_2}{\omega} E_T k_2^x = \frac{k_2^x}{n_2} E_T \quad (8)$$

- Sowohl die Stetigkeit der Normalkomponente der dielektrischen Verschiebung als auch die Stetigkeit der Tangentialkomponenten des  $B$ -Feldes führen dann zu

$$n_1 (E_I + E_R) = n_2 E_T \quad (9)$$

Nach der Definition des Reflexions- und Transmissionskoeffizienten ergibt sich aus Kombination von Gleichung (8) und (9) und unter Anwendung von nun Gleichungen (3)

$$\begin{aligned} R_{\parallel} &= \frac{E_R}{E_I} = \frac{k_2^x/n_2^2 - k_1^x/n_1^2}{k_2^x/n_2^2 + k_1^x/n_1^2} \\ &= \frac{n_2 \cos(\alpha) - n_1 \cos(\beta)}{n_2 \cos(\alpha) + n_1 \cos(\beta)} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} T_{\parallel} &= \frac{E_T}{E_I} = \frac{2k_1^x/n_1^2}{k_2^x/n_2^2 + k_1^x/n_1^2} \\ &= \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_2 \cos(\alpha) + n_1 \cos(\beta)} \end{aligned} \quad (11)$$

Für eine senkrecht zur Einfallsebene polarisierte elektromagnetische Welle (Zeichen: $\perp$ ) führt eine analoge Überlegung zu den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten:

$$R_{\perp} = \frac{n_1 \cos(\alpha) - n_2 \cos(\beta)}{n_1 \cos(\alpha) + n_2 \cos(\beta)} \quad (12)$$

$$T_{\perp} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_1 \cos(\alpha) + n_2 \cos(\beta)} \quad (13)$$

Unter der Verwendung des Snelliischen Brechungsgesetzes und der Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen lassen sich die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten weiter vereinfachen zu:

$$R_{\parallel} = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \quad (14)$$

$$T_{\parallel} = \frac{2 \sin(\beta) \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}$$

$$R_{\perp} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$T_{\perp} = \frac{2 \sin(\beta) \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

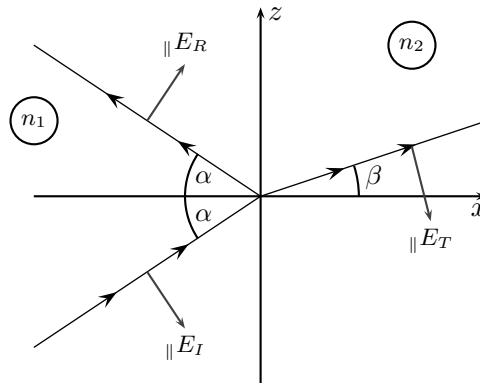


Abbildung 1: Schematische Darstellungen der Feldvektoren und Strahlengänge bei der Reflexion und Transmission an einer Grenzfläche.

### 2.5.2 Bedeutung der Fresnelschen Formeln

Die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten geben ein Verhältnis der Amplituden der reflektierten bzw. transmittierten Wellen zu der initialen Welle an. Wie erwartet hängen diese von den optischen Dichten der Medien ab. Zusätzlich ist allerdings auch die Polarität der initialen Welle und der Einfallswinkel auf die Grenzfläche entscheidend. Im Falle eines senkrechten Einfalls ist die Reflexion und Transmission nicht von der Polarisation abhängig, da hier keine eindeutige Einfallsebene definiert werden kann. Der Transmissionskoeffizient ergibt sich hier als

$$T = \frac{2n_1}{n_2 + n_1}$$

Unabhängig von den optischen Dichten ist der Transmissionskoeffizient stets positiv. Im Falle eines Übergangs mit  $n_2 > n_1$  geht die Transmission für  $\alpha$  gegen  $90^\circ$  gegen 0, wobei der Transmissionskoeffizient für beide Arten der Polarisation im Verlauf nahezu übereinstimmt (vgl. Abb (ref)). Beim Übergang in ein optisch dünneres Medium wächst der Transmissionskoeffizient bis zum Grenzwinkel  $\alpha_0$ . Bei Winkeln größer als dem Grenzwinkel wird der Transmissionskoeffizient komplex, was dann einer exponentiellen Abnahme der Amplitude der reflektierten Welle entspricht. Die Transmission wird Null.

Die Reflexion wird bei senkrechtem Lichteinfall definiert als

$$R = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

obwohl sich die Reflexionskoeffizienten  $R_{\parallel}$  und  $R_{\perp}$  im Grenzwert für  $\alpha \rightarrow 0$  vom Vorzeichen her unterscheiden. Diese Definition ist sinnvoll, da bei einer Reflexion an einem optisch dichteren Medium die Welle einen Phasensprung um  $\pi$  erfährt, während die am optisch dünneren Medium reflektierte Welle an der Grenzfläche in Phase zur initialen Welle ist. Im Falle der Reflexion am optisch dichteren Medium nähert sich der Reflexionskoeffizient für  $\alpha$  gegen  $90^\circ$  dem Wert  $-1$ , während der Grenzwert  $+1$  beim der Reflexion am dünneren Medium bereits bei  $\alpha = \alpha_0$  erreicht wird. Streng genommen nimmt auch der Reflexionskoeffizient ab dem Grenzwinkel der Totalreflexion ebenfalls einen komplexen Wert an. Im Experiment wird der Übergang in ein optisch dichteres Medium untersucht. Abbildung (2) stellt die Werte der Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für diesen Übergang dar.

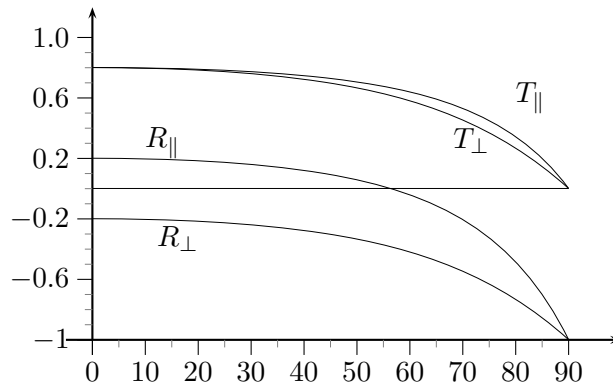


Abbildung 2: Reflexions- und Transmissionskoeffizienten beim Übergang von Medien mit  $n_1 = 1$  in  $n_2 = 1.5$  in Abhängigkeit zum Einfallswinkel der Polarisation

### 2.5.3 Brewster-Winkel

Aus dem Schaubild der Reflexionskoeffizienten (2) lässt sich ablesen, dass der Reflexionskoeffizient für eine parallel zur Einfallsebene polarisierte Welle bei einem bestimmten Winkel den Wert 0 annimmt. Der Winkel unter dem nur senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht reflektiert wird ist der Brewster-Winkel. Aus Gleichung (14) ist einfach ersichtlich, dass dies der Fall ist, wenn  $\alpha + \beta = \pi$ , da hier der Tangens im Nenner singulär und somit die Reflexion Null wird. Aus dem Brechungsgesetz folgt für dem Brewster-Winkel  $\alpha_B$

$$\frac{\sin \alpha_B}{\sin(\pi - \alpha_B)} = \tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1} \quad (15)$$



Die physikalische Erklärung dieses Phänomens ist mit der Abstrahlcharakteristik von Dipolen möglich. Die einfallende Welle regt Elektronen zu Schwingungen in Richtung der elektrischen Felder im Medium nach der Grenzschicht an. Dadurch wird die Welle ins Medium transmittiert. Auch für die Reflexion sind die Dipol-schwingungen an der Grenzfläche der Medien verantwortlich. Der Amplitude der in Dipolachse emittierten Wellen ist nahezu Null. Bilden nun die transmittierten und reflektierten Wellenvektoren einen rechten Winkel, so wird bei einer rein in der Einfallsebene polarisierten Welle keine Welle reflektiert bzw. die reflektierte Amplitude Null.

#### 2.5.4 Polarisationsdrehung durch Reflexion

Betrachtet man nun den allgemeineren Fall einer linear polarisierten Welle mit beliebiger Polarisation, so kann dieser auf Grund der ungestörten Superposition auf die Reflexion von einer senkrecht bzw. parallel zur Einfallsebene polarisierten Welle zurückgeführt werden. Sei die Polarisation der Welle im Winkel  $\gamma_I$  zur Einfallsebene, dann gilt für die Polarisation, repräsentiert durch den Winkel  $\gamma_R$  zur Einfallsebene, der reflektierten Welle.

$$\tan \gamma_R = \frac{E_R^\perp}{E_R^\parallel} = \frac{R_\perp E_I^\perp}{R_\parallel E_I^\perp} = \frac{R_\perp}{R_\parallel} \tan \gamma_I \quad (16)$$

Mit den Gleichungen (14) lässt sich der Quotient aus den Reflexionskoeffizient stark vereinfachen zu

$$\tan \gamma_R = -\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \tan \gamma_I \quad (17)$$

Da der  $\cos(\alpha - \beta)$  stets größer ist als der Kosinus der Winkelsummen folgt für den Winkel der reflektierten Schwingungsebene, dass dieser stets größer ist als der Winkel der initialen Polarisation. Die Schwingungsebene des reflektierten Strahls wird also von der Einfallsebene weggedreht.

Eine Phasenänderung bei der Reflexion wird hier nicht berücksichtigt. Wir wissen, dass die Phase einer senkrecht polarisierten Welle stets, die einer parallel polarisierten ab einem Einfallswinkel größer als der Brewster Winkel einen Phasensprung erfährt. Da der Tangens periodisch in  $\pi$  ist, macht es in der Rechnung keinen Unterschied ob nun ein Phasensprung stattgefunden hat oder nicht. Obwohl es physikalisch einen Unterschied macht, wirkt sich dieser nicht auf die Messung im Versuch aus, da hier nur die Polarisationssebene, nicht aber die Polarisation bestimmt werden kann.

### 3 Versuchsdurchführung und Auswertung

Im Versuch soll die Reflexion eines linear polarisierten Lichtstrahls an einer Seitenfläche eines Glasprismas untersucht werden. Hierzu wird in einem ersten Teil die Drehung von Licht in Abhängigkeit des Einfallswinkels gemessen. Der zweite Teil besteht aus der experimentellen Bestimmung des Brewster-Winkels.

#### 3.1 Versuchsaufbau

Im Versuch wird als Lichtquelle eine Quecksilberdampf Lampe genutzt, deren Licht durch einen Beleuchtungsspalt und eine entsprechende Linsenordnung kollimiert wird. Um

Fehler durch die Dispersion des Glases zu vermeiden wird mit einem Interferenzfilter nur die gelbe Spektrallinie des emittierten Lichts selektiert. Vor und nach dem Prisma sind im Strahlengang jeweils ein Polarisationsfilter mit einstellbarer Polarisationssebene angebracht. Der Filter vor dem Prisma erzeugt polarisiertes Licht zur Beleuchtung des Prismas, während der Polarisationsfilter nach dem Prisma zur Messung der Schwingungsebenen des reflektierten Lichts dient. Nach dem zweiten Polarisationsfilter wird die Lichtintensität durch Objektivlinse und Okkular gemessen, wobei der zweite Filter so eingestellt wird, dass die Intensität des zu sehenden Lichts minimal wird, der Filter also senkrecht zur Polarisierung des reflektierten Strahls steht.

Der Analysator und die optische Anordnung zur Betrachtung sind dabei auf einem schwenkbaren Arm angebracht, der mechanisch mit dem Prisentisch durch eine Halbwinkelführung verbunden ist. Das Schema einer Halbwinkelführung ist in Abbildung (3) dargestellt. Dabei bezeichnen  $a_1$  und  $a_2$  die Achsen des optischen Aufbaus,  $a_t$  die Achse des Tisches. Jeweils ein Hebelarm  $h$  ist an den Achsen  $a_1$  bzw.  $a_2$  befestigt. Diese bilden zusammen ein Gelenk, in dem ein Metallstab  $t$ , der mit dem optischen Tisch verbunden ist, gleitend gelagert ist. Wird nun der Winkel der optischen Achsen, ausgehend von einem Winkel von  $\pi$  um  $2\alpha$  vermindert, so ist der Winkel  $\gamma$  gegeben durch  $\gamma = \pi - 2\alpha$ . Für den Winkel  $\delta$  gilt aber immer  $\pi = \delta + \gamma + \delta$ . Somit ergibt sich für die Ablenkung der Achse des optischen Tisches

$$\delta = \frac{\pi - \gamma}{2} = \frac{\pi - \pi + 2\alpha}{2} = \alpha$$

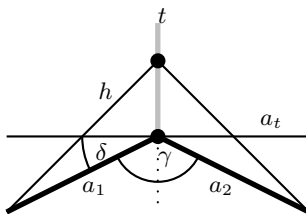


Abbildung 3: Schematische Darstellung einer mechanischen Halbwinkelführung. Erklärung siehe Kap. (3.1)

Die Polarisatoren sind mit einer Winkelskala versehen. Um die Messung zu vereinfachen wurden die Polarisatoren so eingebaut, dass die Winkelmessung jeweils in Strahlrichtung erfolgte. Negative Winkel entsprechen dabei einer Drehung gegen den Uhrzeigersinn.

### 3.2 Messung der Drehung

Im ersten Versuchsteil wurde die Drehung von linear polarisiertem Licht in Abhängigkeit des Einfallswinkels gemessen. Dazu wurde der Polarisator so eingestellt, dass die Polarisation einen Winkel von  $\gamma_I = -45^\circ$  gegenüber der Einfallsebene aufwies. Gemessen wurde nun die Analysatorstellung in Abhängigkeit vom Einfallswinkel bei dem die resultierende Intensität minimal wurde. Sowohl der gemessene Ablenkwinkel  $\varepsilon$  als auch die Analysatorstellung  $\phi$  wurden absolut im Messprotokoll dokumentiert. In dieser absoluten Messung ergibt sich für die Einfallsebene ein Wert von  $\gamma_0 = 90^\circ$ .

Die relativen Werte ergeben sich durch

$$\alpha = 90^\circ - \frac{\varepsilon}{2}$$

für den Einfallswinkel  $\alpha$  auf die Prismenfläche, sowie für die Drehung  $\gamma_R$  der reflektierten Lichtwelle aus der gemessenen Analysatorstellung  $\phi$ :

$$\gamma_R = 180^\circ - \phi$$

Tabelle 1 stellt die so errechneten relativen Werte dar. Der Fehler der errechneten Werte entsteht durch eine angenommene Messunsicherheit von  $\delta_{2\alpha} = 0.2^\circ$  und  $\delta_\beta = 1^\circ$  und ergibt sich zu

$$\delta_\varepsilon = 0.1^\circ \quad \delta_\gamma = 1.2^\circ$$

Die Werte aus Tabelle 1 sind in Abbildung (4) graphisch dargestellt.

$\alpha$	90.0	87.5	85.0	82.5	80.0	77.5	75.0	72.5	70.0	67.5
$\gamma_R$	45	49.5	53	56.5	61	63.5	66	71.5	76	80.5
$\alpha$	65.0	62.5	60.0	57.5	55.0	52.5	50.0	47.5	45.0	—
$\gamma_R$	83.5	88.5	92	96	99.5	102.5	107	110.5	112.5	—

Tabelle 1: *Tabelle der aus den Messwerten errechneten relativen Winkel  $\gamma_R$  für die Polarisation in Abhängigkeit zum Einfallswinkel  $\alpha$ .*

### 3.3 Bestimmung des Brewster-Winkels

Im zweiten Versuchsteil sollte der Brewster-Winkel experimentell bestimmt werden. Hierzu wurde der Analysator aus dem Strahlengang entfernt, der Polarisator parallel zur Einfallsebene ausgerichtet und der Winkel  $2\alpha_B$  der Auslenkung der optischen Achse gemessen, bei dem die Intensität minimal wurde. Die gemessenen Winkel sind dem Messprotokoll zu entnehmen. Mit den gemessenen Werten ergibt sich der Brewster-Winkel als

$$\alpha_B = 59.4(2)^\circ$$

### 3.4 Auswertung der Ergebnisse

Aus dem gemittelten Brewster-Winkel kann nun unter Verwendung von Formel (15) die Brechzahl des verwendeten Prismas errechnet werden. Die Brechzahl der Luft wird mit  $n_{Luft} \approx 1$  genähert. So gilt für die Brechzahl des Prismas

$$n_{Prisma} = \tan(\alpha_B) = 1.7(8)$$

Der Fehler dieser Messung wird aufgrund der Fehlerfortpflanzung sehr hoch, so dass der vermutliche Wert für die Brechzahl des Prismas von  $n = 1.5$  auf jedem Fall durch das einfache Fehlerintervall abgedeckt wird. Die errechnete Brechzahl ist die Grundlage für den Graphen der Ablenkung in Schaubild (4). Tabelle (2) stellt neben den gemessenen Werten für die Ablenkung auch die aus der gemessenen Brechzahl errechneten Werte für die einzelnen Messschritte dar.

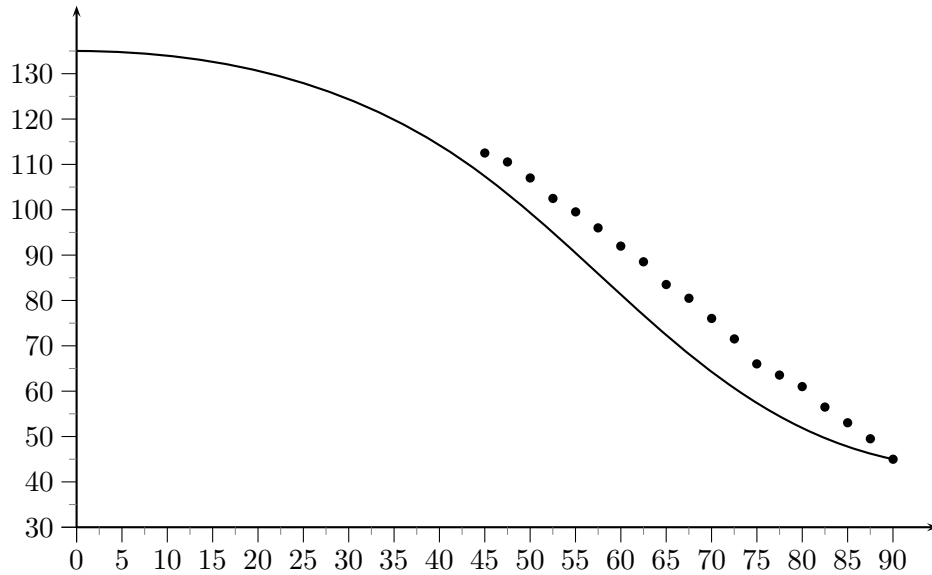


Abbildung 4: Graphische Darstellung der Messergebnisse. Der Graph entsteht durch die numerische Errechnung mit Hilfe von Formel (17) und dem Brechungsgesetz für den Wert der Brechzahl  $n_{Prisma} = 1.7$

$\alpha$	90.0	87.5	85.0	82.5	80.0	77.5	75.0	72.5	70.0	67.5
$\gamma_R$	45	49.5	53	56.5	61	63.5	66	71.5	76	80.5
$\gamma_E$	45	46.2	47.8	49.7	51.9	54.5	57.4	60.7	64.3	68.2
$\alpha$	65.0	62.5	60.0	57.5	55.0	52.5	50.0	47.5	45.0	—
$\gamma_R$	83.5	88.5	92	96	99.5	102.5	107	110.5	112.5	—
$\gamma_E$	72.3	76.7	81.3	85.9	90.5	95.0	99.4	103.5	107.5	—

Tabelle 2: Tabelle der aus den Messwerten errechneten relativen Winkel  $\gamma_R$  für die Polarisation in Abhängigkeit zum Einfallswinkel  $\alpha$ .  $\gamma_E$  ergibt sich rechnerisch aus der in Abschnitt 3.4 bestimmten Brechzahl des Prismas.

### 3.5 Fehlerdiskussion

Beim Vergleich der gemessenen und errechneten Werte der Auswertung fällt auf, dass die direkt gemessene Polarisationsdrehung bzw. der relative Polarisationswinkel der reflektierten Welle meist zu hoch bestimmt wurde. Auch zeigen die direkt gemessenen Werte nicht den typischen Verlauf für die Polarisationsdrehung, sondern ließen eher auf einen linearen Zusammenhang schließen.

Über die Güte der bestimmten Brechzahl des Prismas lässt sich kaum eine Aussage machen, da hier kein Referenzwert angegeben ist. Auch bei einem relativ geringen Fehler beim Bestimmen des Brewster-Winkels, wirkt sich dieser sehr stark auf den Fehler der Brechzahl aus. Vom Versuch her war es schwierig den Brewster-Winkel exakt zu bestimmen, da die Intensität des reflektierten Licht, wahrscheinlich durch Verunreinigungen auf der Prismenoberfläche bedingt, nur ein Minimum aufwies, welches schwer einzustellen war. Obgleich ein Fehler durch den toten Gang der Halbwinkelführung durch einseitiges Heranführen zu Verhindern versucht wurde, lässt sich dies nicht vollkommen ausschließen. Ein Fehler durch die falsche Positionierung des Prismas auf dem Drehtisch würde sich so

auf die gesamten Messergebnisse als systematischer Fehler auswirken. Dies ist auch die vermutete Ursache der Abweichung zwischen den errechneten und gemessenen Polarisationsdrehungen.

## 4 Fragen

- 1.) Die Strahlungscharakteristik eines Hertzschen Dipols

Abbildung (5) zeigt die Strahlungscharakteristik für einen Hertzschen Dipol. Dabei skaliert der Energiestrom  $S$  im Winkel  $\theta$  zur Dipolachse mit dem Abstand  $r$ . Der Energiestrom wird für Winkel von  $\theta = \pi/2$  maximal und nimmt für andere Winkel ab. Der Energiestrom in der Dipolachsen ist Null. Somit ergibt sich für die abgestrahlte Wellenamplitude in der Dipolachse der Wert Null. (Vgl. auch Kapp. 2.5.3)

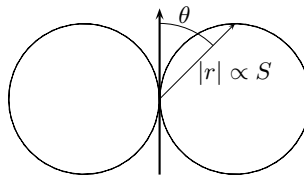


Abbildung 5: Strahlungscharakteristik eines Dipols

- 2.) Funktionsweise einer Halbwinkelführung  
siehe Kap. 3.1

- 3.) Funktionsweise einer Polarisationsfilterfolie  
siehe Kap. 2.2.1

- 4.) Reflektierte Intensität bei senkrechtem Einfall  
Zur Herleitung siehe auch Kap. 2.5.2  
Für das Reflexionsvermögen ergibt:

$$r = \frac{\bar{I}_R}{\bar{I}_I} = \frac{\bar{E}_R^2}{\bar{E}_I^2} = R^2$$

Somit ist

$$\bar{I}_R = r\bar{I}_I = R^2\bar{I}_I$$

Im speziellen Fall von  $n_1 = 1$  und  $n_2 = 1.5$  ist dann

$$r = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 = \left( \frac{0.5}{2.5} \right)^2 = \frac{1}{25}$$

- 5.) Funktionsweise eines Christiansen-Filters

Aus der Energieerhaltung folgt für das Transmissionsvermögen  $t$  einer Grenzfläche

$$r + t = 1$$

Die Transmission bzw. die transmittierte Amplitude durch den Filter wird also dann maximal, wenn die reflektierte Intensität minimal wird. Dies ist der Fall für

$$n_1 = n_2 \quad \Rightarrow \quad r = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 1$$

Da die Brechzahlen der verwendeten Stoffe nur für die gewünschte Wellenlänge den gleichen Wert haben, wird die transmittierte Intensität für alle anderen Wellenlängen vermindert.

## 5 Literaturverzeichnis

[WPEnz] Verschiedene *Wikipedia - Die freie Enzyklopädie*<http://de.wikipedia.org>

[APScript] B.RUNGE *Versuchsanleitung zu den Fresnelschen Formeln*

[Dem04] W.DEMTRÖDER *Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik* Springer-Verlag

[Sacch] A.HASENKAMPF, T.LORENZ *Protokoll zur Saccharimetrie*